

# 目录

|                                           |     |
|-------------------------------------------|-----|
| 摘要 .....                                  | I   |
| Abstract .....                            | III |
| 第一章 绪论 .....                              | 1   |
| 1.1 研究背景 .....                            | 1   |
| 1.2 研究内容 .....                            | 2   |
| 1.3 论文组织 .....                            | 2   |
| 第二章 单管放大器低频特性以及晶体管电容 .....                | 5   |
| 2.1 单管放大器低频特性 .....                       | 5   |
| 2.2 晶体管器件电容 .....                         | 6   |
| 2.2.1 器件电容分类 .....                        | 6   |
| 2.2.2 器件电容大小的详细讨论 .....                   | 7   |
| 2.2.3 器件电容与 $V_{GS}$ 、 $V_{DS}$ 的关系 ..... | 10  |
| 第三章 单管放大器的频率响应特性 .....                    | 11  |
| 3.1 共源放大器 .....                           | 11  |
| 3.1.1 单独考虑各个电容 .....                      | 12  |
| 3.1.2 考虑所有电容，求传输函数 .....                  | 14  |
| 3.1.3 共源放大器的频率特性 .....                    | 16  |
| 3.2 源极跟随器 .....                           | 26  |
| 3.2.1 增益 $A_v$ .....                      | 27  |
| 3.2.2 输入阻抗 $Z_{in}$ : .....               | 32  |
| 3.2.3 输入阻抗 $Z_{out}$ : .....              | 33  |
| 3.3 共栅放大器 .....                           | 35  |
| 3.3.1 低频特性 .....                          | 35  |
| 3.3.2 高频特性 .....                          | 37  |
| 第四章 双管放大器的频响分析 .....                      | 42  |

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 4.1 电流镜（电流放大器） .....             | 43 |
| 4.1.1 电流增益 .....                 | 43 |
| 4.1.2 输入阻抗 .....                 | 44 |
| 4.1.3 输出阻抗 .....                 | 45 |
| 4.2 反相放大器 .....                  | 45 |
| 4.3 共源共栅结构.....                  | 47 |
| 4.3.1 以反馈的角度理解共源共栅结构的高输出阻抗 ..... | 47 |
| 4.3.2 Miller 效应.....             | 49 |
| 4.3.3 中间节点电容 $C_m$ .....         | 51 |
| 4.3.4 共源共栅的深入讨论--电阻负载.....       | 52 |
| 4.4 差分对 .....                    | 56 |
| 第五章 零极点偶对分析和零极点图 .....           | 59 |
| 5.1 差分放大器 .....                  | 59 |
| 5.1.1 戴维南等效法 .....               | 59 |
| 5.1.2 电流叠加法.....                 | 60 |
| 5.2 增益自举.....                    | 63 |
| 5.2.1 节点电压法.....                 | 63 |
| 5.2.2 更加直观的方法 .....              | 64 |
| 5.3 单位增益反馈环路中的零极点偶对 .....        | 66 |
| 5.4 零极点图.....                    | 67 |
| 5.4.1 零极点.....                   | 68 |
| 5.4.2 复数极点 .....                 | 69 |
| 参考文献 .....                       | 73 |
| 致谢 .....                         | 75 |

# 摘要

模拟集成电路设计必须在多种参数之间进行折中。大多数情况下，速度和包括增益、功率、噪声等在内的其他参数是相互影响的。同时，由于对高速电路的强劲需求，如何将模拟电路设计推向更高频率一直挑战着设计者。因此，理解各种电路的频率响应和速度限制因素是十分必要的。

绝大多数模拟电路是由差分对、电流镜等基本电路单元构成的，本论文只考察这些基本电路。他们通常包含两个节点，有时包含三个节点，因此传输函数是两阶的，有时是三阶的。两阶系统可以代表绝大多数放大器，因此被详细讨论。在本文中，基本放大器根据包含的晶体管数目划分为，单管放大器：共源放大器、源极跟随器(共漏放大器)、共栅放大器；双管放大器：电流镜、反相放大器、共源共栅放大器和差分对。

本文完成工作：

在推导上述基本电路的传输函数表达式时我们使用了一定技巧：首先使用节点分析法得到各节点方程，然后利用克莱姆法则求解矩阵方程组。利用波特图和零极点位置图来研究高频特性。为研究电路中某个指定参数对频率特性的影响，以该参数的不同取值重复作波特图多次。零极点位置图给出了以某个指定参数为变量的指定传输函数的零极点变化。它为分析该参数对高频特性的影响提供了有力工具，也可以清楚地解释不稳定区域、零极点抵消点等概念。

首先，本文回顾了单管放大器的低频特性和包含器件电容的晶体管高频小信号模型。其次，分析了单管放大器的频率特性。虽然看起来过于简单，但是单管放大器已经包含两个极点，可以代表所有的两阶放大器。源极跟随器可用作阻抗转换级，将仔细研究它的从高阻抗到低阻抗缓冲能力随着频率的变化。从低阻抗到高阻抗转换可以通过共栅放大器实现。详细讨论包括增益、输入输出阻抗在内的传输函数特性。其他重要的现象，比如极点分离在这些简单电路结构中也会涉及。然后，双管放大器的频率响应也会被详细讨论。电流镜在构建放大器的偏置电路和有源负载方面极其重要，它的最简单的形式由两个晶体管构成。接着讨论的是非常著名的反相放大器、共源共栅放大器和模拟电路中最基本的基本单元电路差分对。最后，研究电流镜对差分对频率特性的影响，以及增益自举共源共栅放大器的频率响应特性，引入了零极点偶对的概念。还将给出关于如何作零极点位置图的详细的例子。

**关键词：**

单管放大器、共源放大器、源极跟随器、共栅放大器、双管放大器、电流镜、反相放大器、共源共栅放大器、差分对、零极点偶对、增益自举、频率响应特性、传输函数、零极点、零极点位置图、波特图、密勒效应、正负零点

**中图分类号：TN4**

# Abstract

Many parameters should be taken into consideration because there are so many different specifications in analog circuits. Nevertheless, in most cases, the speed trades with many other parameters including gain, power dissipation, and noise. Meanwhile, due to the need for increasingly higher speed circuits, the demand to push circuits to higher frequencies has always challenged designers. It is therefore necessary to understand the frequency response and speed limitations of each circuit.

Most circuits are built up using elementary building blocks such as current mirrors and differential pairs, and in this thesis, only elementary circuits are considered. They have two or sometimes three nodes, and thus their transfer characteristics are second order, or occasionally third order. Second-order systems are discussed in detail because most amplifiers can be well represented by them. In the organization of this thesis, elementary transistor stages are classified by the number of transistors used or we can classify as follows. single-transistor stages: common source amplifier, source follower (common drain amplifier) and common gate amplifier; two-transistor stages: current mirror, CMOS inverter, cascode amplifier and differential pair.

Skills are developed for deriving transfer functions of these elementary stages. Equations at each nodes are written using the technique of nodal analysis, and then these matrix equations are solved using Cramer's approach. In order to study their high-frequency performance, Bode diagrams and pole-zero position diagrams are used throughout. Bode diagrams are repeated for several values of one single parameter to learn how that parameter in the circuit may influence the performance. A pole-zero position diagram gives the evolution of poles and zeros of a particular transfer function with one single parameter as a variable. It provides insight into the role of that parameter with respect to the high frequency performance and illustrates the regions of instability, pole-zero cancellation points, etc.

First, we review the low frequency characteristics of single-transistor amplifier, transistor's high-frequency small-signal model with device capacitances and load capacitances added.

Second, we analyze the frequency response of single-transistor amplifiers. Although they may seem too elementary to dwell on, single-transistor amplifiers already contain two nodes and they can represent all two-node amplifiers. Source followers can be used as impedance converter stages. The buffering capabilities from high to low versus frequency are investigated. Impedance conversion from low to high can be realized by means of common gate stages. Important characteristics including gain, input and output impedance are discussed in detail. Other important phenomena such as pole-splitting are also introduced, even in this simple configuration.

Third, the frequency response of two-transistor stages are discussed in detail. Current mirrors are of vital importance in construction of biasing blocks and active loads for amplifying stages. In their simplest form, they also consist of only two transistors. Then, the well-known CMOS inverter is discussed, followed by cascode amplifiers and by differential stages.

Finally, we consider the effect of current mirrors on the frequency response of differential pairs where a pole-zero doublet is introduced. It is followed by the gain boosting cascode amplifier and its frequency response is investigated. A detailed example is also given on how to draw a pole-zero diagram.

### **Key Words:**

Single-transistor amplifier, common source amplifier, source follower, common gate amplifier, two-transistor amplifier, current mirror, CMOS inverter, cascode stage, differential pair, pole-zero doublet, gain-boosting, frequency response characteristics, transfer function, zero, pole, pole-zero position diagram, Bode diagram, Miller effect, positive zero, negative zero

### **Classification Code: TN4**

# 第一章 绪论

## 1.1 研究背景

模拟集成电路具有不同的抽象层次：器件物理级、晶体管级、结构级和系统级等。大多数的模拟集成电路都是由简单的基本电路结构单元搭建的，这些基本单元中有比如共源放大器、源极跟随器、共栅放大器、共源共栅级、差分对和电流镜等。熟悉并掌握这些基本单元的特性，对于分析和设计模拟集成电路来说是非常重要的。

比如在所有模拟电路中，运算放大器（简称运放）是最灵活多变的电路单元，它可以由差分对和单端输出电路构成，增益非常高，常用于反馈环路中。图 1-1 所示运放包括以下几个基本单元，第一级是以电流镜为负载的差分对输入端，第二级是以电流源（也是电流镜的一部分）为负载的单管共源放大器。

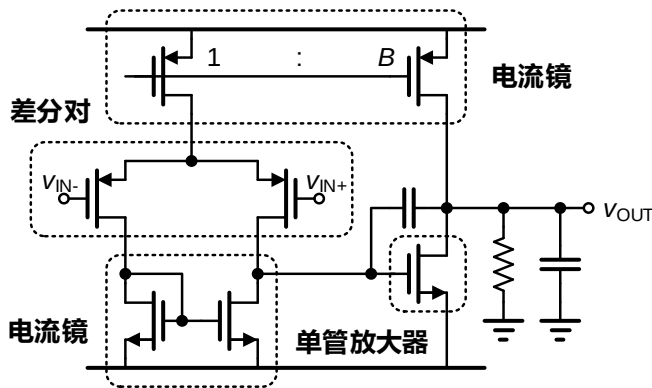


图 1-1 差分输入单端输出 Miller 运算放大器

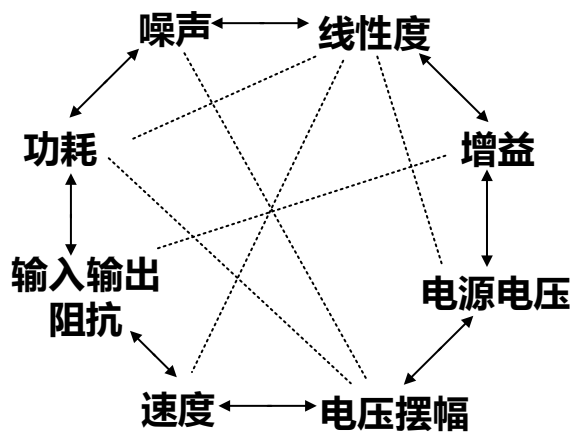


图 1-2 模拟集成电路设计中的折中

模拟集成电路设计涉及多种不同的性能指标，比如上面举例的运放的重要指标参数就包括增益、速度、功耗、电源电压、噪声、摆幅和线性度等。实际上这些不同的参数

之间是相互制约、相互关联的，模拟集成电路设计需要在不同的参数之间进行折中。多数模拟电路中，速度和其他性能参数，比如功耗、增益、噪声等是相互影响的：可以降低速度来改善其他性能参数，也可以牺牲其他性能参数来换取速度的提升。因此，熟悉并掌握每种电路的频率响应特性不仅是必要的，也是十分重要的，这样可以在设计电路时充分考虑各种折中，有更多选择的余地。

## 1.2 研究内容

在每个电路中，理论上，总是存在从各个节点到地之间的电容，包括寄生电容、器件输出电容和负载电容等。每个这类电容代表了传输函数中的一个极点，从而在高频范围引起增益衰减等影响。本论文中考察了基本电路单元的频率响应特性，复杂度限于两个或者有时三个节点，因此只有两个或三个极点。这导致了两阶或者有时是三阶的传输函数特性。因为大多数运算放大器是两阶系统，所以本论文将详细讨论两阶系统。为了研究基本单元电路的高频特性，全文将广泛采用波特图。

电路设计中，研究单个参数的变化对电路特性的影响是非常有益的，本文也将对此加以研究，并针对参数的几个不同值给出相应的波特图。为了给出指定的传输函数的零极点随着某个指定参数的变化的相应变化，采用零极点位置图加以说明。这也为分析该参数对高频特性的影响提供了有力工具。而且，零极点位置图给出了波特图的直接推导的方法，可以形象地解释不稳定区域（复极点）和零极点抵消等概念。

对基本晶体管级电路有几种不同的划分方式，比如按照晶体管数目划分，也可以按照节点数目划分（电源和地没有交流信号通过，因此并不考虑）。本论文将重点研究共源放大器、共漏放大器（源极跟随器）和共栅放大器三种单管放大器和电流镜、CMOS 反相器、共源共栅放大器、差分对等双管放大器（这几种电路的最简单形式都是双管放大器）的频率响应特性。单管放大器虽然看起来过于简单，但是它已经包含两个节点，即输入节点和输出节点。它可以代表所有包含两个节点的放大器。增益、输入、输出阻抗等重要参数将被详细讨论，其他重要现象诸如极点分离等也会在这种简单结构中出现。由于 CMOS 是工业界选择的必然倾向，本论文中将主要讨论 CMOS 电路，而不涉及双极型晶体管的相关内容。

## 1.3 论文组织

本文的内容安排如下：

第二章回顾共源放大器、源极跟随器（共漏放大器）和共栅放大器三种单管放大器



的低频特性，即增益和输入、输出阻抗等。然后从器件物理级给出晶体管中的各种寄生电容，以及这些器件电容在晶体管处于各个工作区时的变化。

第三章研究共源放大器、源极跟随器（共漏放大器）和共栅放大器三种单管放大器的频响特性。虽然看起来过于简单，但是已经包含两个极点，可以代表所有两阶放大器。采用波特图和零极点图等方法分析单管放大器中的零极点，以及增益和输入、输出阻抗等传输函数的频率响应特性。较为详细地介绍了共栅放大器的低频特性，并且介绍了正负零点、密勒效应、极点分离和零极点相消等现象。

第四章对电流镜（电流放大器）、CMOS 反相放大器、共源共栅结构和差分放大器等双管放大器的频率响应特性进行了详细讨论。其中，对共源共栅结构的一些直流特性进行了新的阐述。

第五章作为拓展，采用两种方法讨论了以电流镜为负载的差分对的频响特性，然后讨论了增益自举共源共栅放大器的频率响应特性，并且以此引出并讨论了零极点偶对对频率响应特性和建立时间的影响。随后，在本章以源极跟随器的增益传输函数为例，详细给出了如何作零极点位置图的方法。最后对本论文进行总结，并提出研究展望。



## 第二章 单管放大器低频特性以及晶体管电容

每个电路中，理论上，总是存在从各个节点到地之间的电容，包括器件电容、负载电容等。这种电容会在传输函数中形成极点，造成高频处的衰减退化。本章中，我们将简要回顾共源、共漏、共栅三种单管放大器的低频特性。然后对 MOS 晶体管器件电容和高频小信号模型进行讨论。

### 2.1 单管放大器低频特性

在研究单管放大器的频率响应特性之前，先回顾一下它们的低频特性。如图 2-1 所示，共源放大器由电压源  $V_B$  偏置，跨导  $g_m$  将输入电压转换为输出电流；共漏放大器（源极跟随器）和共栅放大器都是由直流电流源  $I_B$  偏置，它们的  $V_{gs}$  可以自我调整，从而电流有效流过。其中源极跟随器输入在栅极，输出在源极，电流源  $I_B$  保持恒定， $V_{gs}$  也保持恒定。因此输入的任何变化将在输出引起相同的变化，其电压增益约为 1，输入阻抗无穷大，输出阻抗较低，适合作为电压缓冲器。源极跟随器可以实现电压从高阻抗到低阻抗精确的转换。共栅放大器，输入电流加在源极上，输出在漏极，电流增益约为 1，输入阻抗较低，输出阻抗较高，适合作为电流缓冲器。共栅放大器可以实现电流从低阻抗到高阻抗精确的转换。

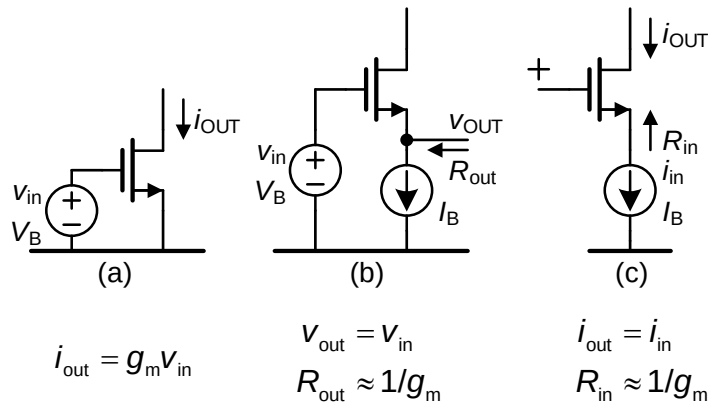


图 2-1 三种单管放大器电路结构 (a) 共源 (b) 源极跟随器(共漏) (c) 共栅

如图 2-2 所示，给出了共源放大器和源极跟随器的增益和输入、输出阻抗。低频情况下不考虑电容，输入阻抗无穷大，输出阻抗为纯电阻性。

如图 2-3 所示，给出了低频情况下，共栅放大器的增益和输入、输出阻抗，其中增益是用跨阻形式给出的。

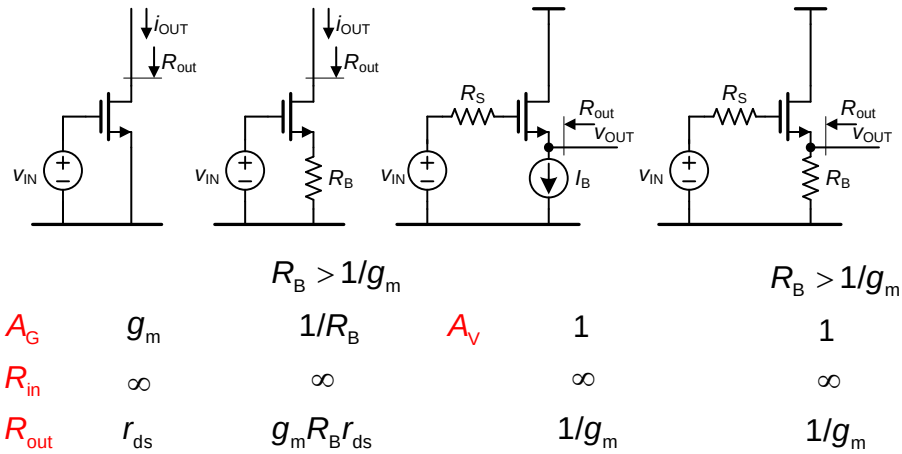


图 2-2 共源放大器和源极跟随器的增益和输入、输出阻抗

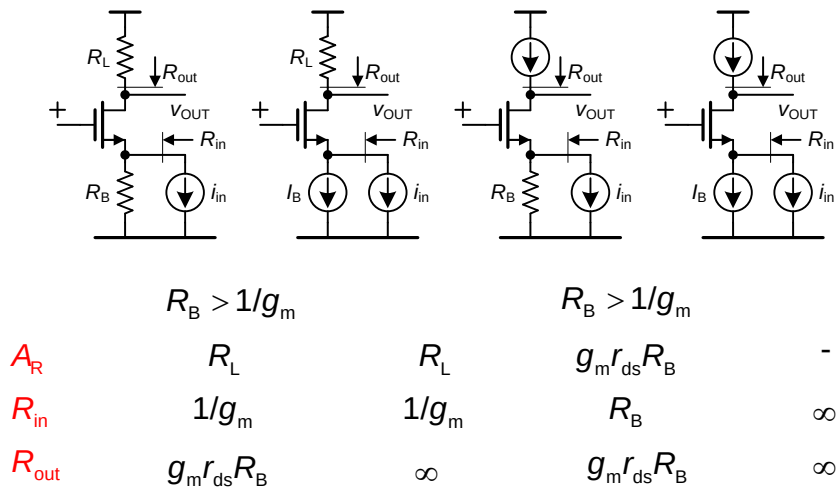


图 2-3 共栅放大器的增益和输入、输出阻抗

## 2.2 晶体管器件电容

### 2.2.1 器件电容分类

为了研究电路频率响应特性，必须先对晶体管器件电容加以简单介绍，如图 2-4 所示，晶体管器件电容可以划分为以下几类：

- (1) 栅极和沟道之间的栅氧化层电容  $C_{ox}$
- (2) 衬底与沟道之间的耗尽层电容  $C_{bc}$
- (3) 由于多晶硅栅和源极、漏极相互交叠形成的交叠电容  $C_{ov}$
- (4) 源极、漏极与衬底之间的结电容，包括与结底部相关的下极板电容  $C_{jsb}$ 、 $C_{jdb}$  和由于结周围引起的侧壁电容  $C_{jwsb}$ 、 $C_{jwdb}$

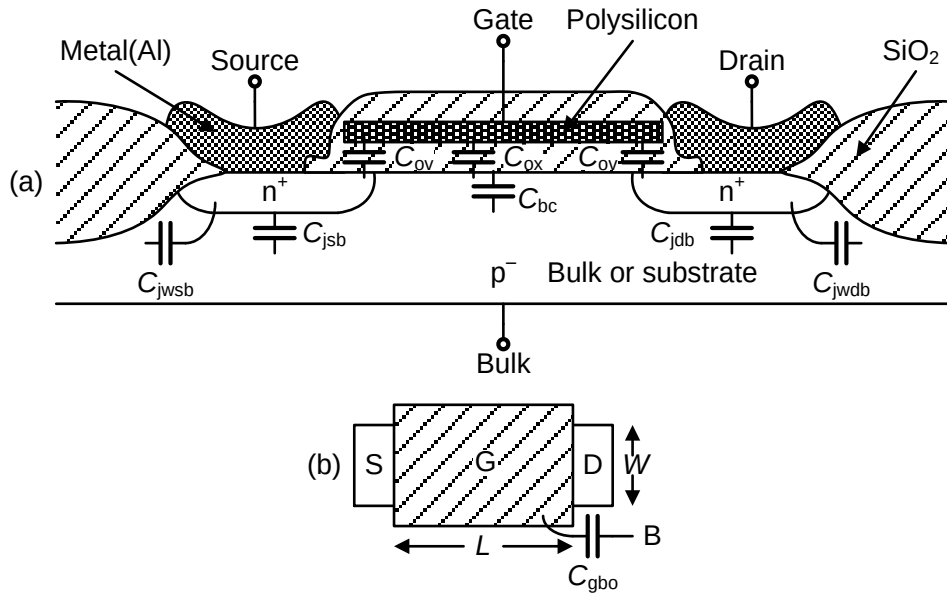


图 2-4 (a) NMOS 晶体管横截面（包含器件电容）(b) NMOS 俯视图

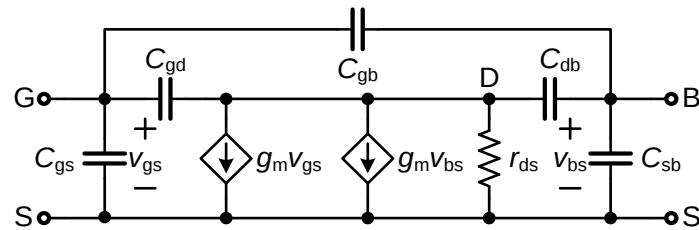


图 2-5 MOS 晶体管高频小信号模型

### 2.2.2 器件电容大小的详细讨论

下面我们对图 2-5 中 MOS 晶体管高频小信号模型中的各个器件电容进行比较详细的讨论：

#### (1) 栅寄生电容 $C_{gs}$ 和 $C_{gd}$

栅寄生电容包括栅源电容  $C_{gs}$  和栅漏电容  $C_{gd}$ ，在不同工作区域时， $C_{gs}$  和  $C_{gd}$  大小会发生变化，所以我们将根据晶体管的不同工作区域来讨论这两个电容的大小。

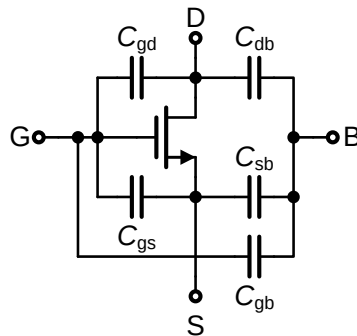


图 2-6 MOS 晶体管器件电容

线性区：

$$C_{gs} = C_{gd} = \frac{C_{ox}WL}{2} + C_{ov} \quad (2.1)$$

其中  $C_{ov}$  为栅与源(漏)的交叠电容，

$$C_{ov} = WL_{ov}C_{ox} \quad (2.2)$$

弱反型区：

$$C_{gs} = C_{gd} = C_{ov} = WL_{ov}C_{ox} \quad (2.3)$$

速度饱和区：

此时的栅寄生电容需要推导才能得出，沟道中的沟道电流和总电荷分别为：

$$I_D = W\mu_n C_{ox} [V_{GS} - V_{TH,GS} - nV_{CS}(x)] \frac{dV_{CS}(x)}{dx} \quad (2.4)$$

和

$$\begin{aligned} Q_T &= WC_{ox} \int_0^L [V_{GS} - V_{TH,GS} - nV_{CS}(x)] dx \\ &= \frac{W^2 C_{ox}^2 \mu_n}{I_D} \int_0^{V_{GS} - V_{TH,GS}} [V_{GS} - V_{TH,GS} - nV_{CS}(x)]^2 dV_{CS}(x) \\ &= \frac{2}{3} WLC_{ox} (V_{GS} - V_{TH,GS})^3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

于是

$$C'_{gs} = \frac{\partial Q_T}{\partial V_{GS}} = \frac{2}{3} WLC_{ox} \quad (2.6)$$

从而

$$C_{gs} = C'_{gs} + C_{ov} = \frac{2}{3} WLC_{ox} + C_{ov} \quad (2.7)$$

$$C_{gd} = C_{ov} \quad (2.8)$$

## (2) 背栅寄生电容 $C_{bs}$ 和 $C_{bd}$

在研究背栅寄生电容之前，我们需要先搞清楚源极、漏极寄生结电容  $C_{jsbt}$  和  $C_{jdbt}$ ，它们的大小分别为：

$$C_{jsbt} = A_S C_{jsb} + P_S C_{jwsb} \quad (2.9)$$

和

$$C_{jdbt} = A_D C_{jdb} + P_D C_{jwdb} \quad (2.10)$$

其中  $A_S$  和  $A_D$  分别为源和漏的底部面积， $P_S$  和  $P_D$  分别为源和漏的侧壁周长。

源极和漏极的下极板结电容分别为：

$$C_{jsb} = \frac{C_j}{\sqrt{1 + \frac{V_{sb}}{\Phi_0}}} \quad (2.11)$$

和

$$C_{jdb} = \frac{C_j}{\sqrt{1 + \frac{V_{db}}{\Phi_0}}} \quad (2.12)$$

源极和漏极的侧壁结电容分别为：

$$C_{jwsb} = \frac{C_{jw}}{\left(1 + \frac{V_{sb}}{\Phi_0}\right)^m} \quad (2.13)$$

和

$$C_{jwdb} = \frac{C_{jw}}{\left(1 + \frac{V_{db}}{\Phi_0}\right)^m} \quad (2.14)$$

其中  $m=1/3 \sim 1/2$

搞清楚源极、漏极寄生结电容之后，我们可以根据不同工作区域来讨论背栅寄生电容  $C_{bs}$  和  $C_{bd}$

线性区：

$$C_{sb} = \frac{1}{2}C_{bc} + C_{jsbt} \quad (2.15)$$

$$C_{db} = \frac{1}{2}C_{bc} + C_{jdbt} \quad (2.16)$$

饱和区和速度饱和区：

$$C_{sb} = \frac{2}{3}C_{bc} + C_{jsbt} \quad (2.17)$$

$$C_{db} = C_{jdbt} \quad (2.18)$$

弱反型区

$$C_{sb} = C_{jsbt} \quad (2.19)$$

$$C_{db} = C_{jdbt} \quad (2.20)$$

### (3) 栅-衬底电容 $C_{gb}$

栅衬底电容  $C_{gb}$  包括两部分：栅氧化层电容  $C_{ox}$  和耗尽层电容  $C_{bc}$  的串联，以及交

叠电容  $C_{gbo}$

$$C_{gb} = \frac{C_{ox} C_{bc}}{C_{ox} + C_{bc}} + C_{gbo} \quad (2.21)$$

其中交叠电容:

$$C_{gbo} = 2W_{ov}LC_{ox} \quad (2.22)$$

在线性区和饱和区时, 式中栅-衬底电容的第一项通常忽略, 因为反型层在栅和衬底之间起“屏蔽”作用, 即如果栅电压发生变化, 电荷将由源和漏提供, 而不是衬底。

### 2.2.3 器件电容与 $V_{GS}$ 、 $V_{DS}$ 的关系

显然, 由前面的讨论可以知道, 随着  $V_{GS}$ 、 $V_{DS}$  的变化, MOS 晶体管工作在不同的工作区域, 器件电容特别是栅源电容  $C_{gs}$  和栅漏电容  $C_{gd}$  将随之而改变。它们的变化趋势如图 2-6 所示。

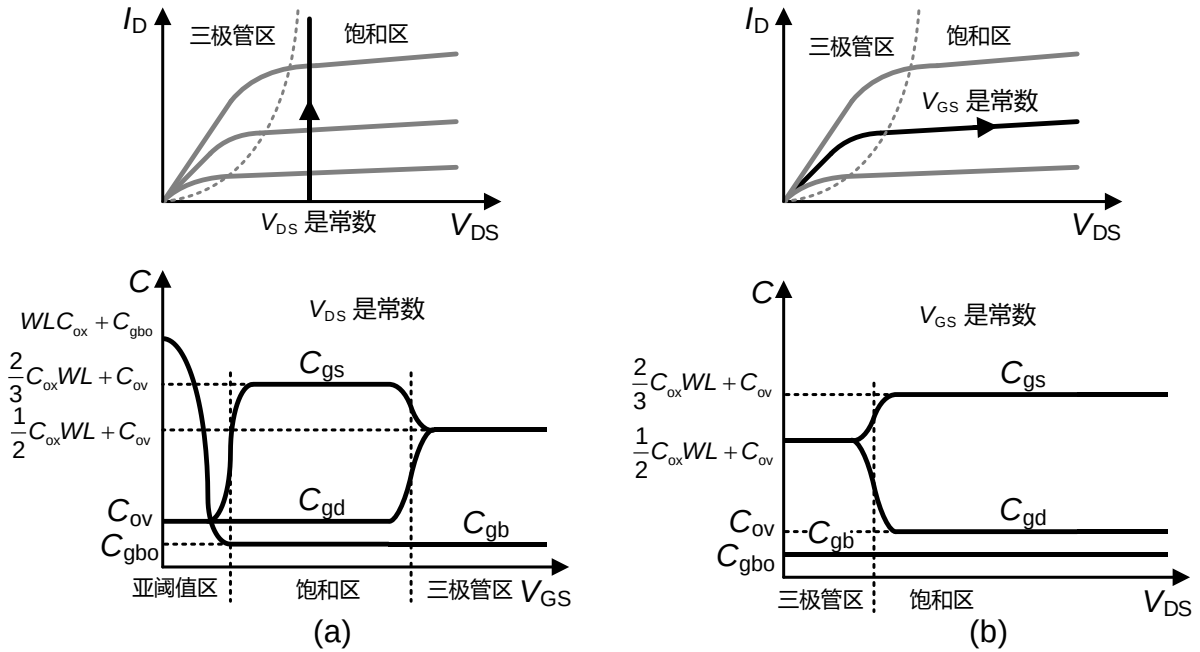


图 2-6  $C_{gs}$  和  $C_{gd}$  对 (a)  $V_{GS}$  和 (b)  $V_{DS}$  的电压依赖关系



## 第三章 单管放大器的频率响应特性

本章中，我们由简单的单管放大器——共源放大器开始。虽然看起来过于简单，但是它已经包含两个节点，即输入节点和输出节点。因此共源放大器是所有两阶放大器的代表，将会被详细研究。重要的传输特性，比如增益、输入和输出阻抗将被讨论。其他重要的现象比如极点分离、正负零点、密勒效应也将会涉及。其次是阻抗转换电路——源极跟随器，它的从高阻抗到低阻抗转换的缓冲能力随频率的变化将会被仔细讨论。然后，讨论用于从低阻抗到高阻抗转换的共栅放大器。

### 3.1 共源放大器

如图 3-1 所示，给出了带电阻负载及电阻偏置的单管共源放大器。 $R_S$  是信号源电压源内阻， $C_C$  是信号通路上的耦合电容， $R_1$  和  $R_2$  是设置静态工作点的偏置电阻， $R_L$  是负载（这里假设电阻负载）。电容  $C_C$  一般比较大，将其视为高频交流短路，画出小信号等效电路图如图 3-1。 $R_{12}$  是电阻  $R_1$  和  $R_2$  的并联电阻，考虑一般性，假设  $R_{12} \gg R_S$ ，忽略  $R_{12}$ 。

因为这个电路包含两个节点，所有的器件电容和寄生电容都可以归为以下三类：

- ①输入节点到地之间的电容，称为  $C_{gs}$ ；
- ②输出节点到地之间的电容，称为  $C_{ds}$ ；
- ③输出节点到输入节点之间的电容，称为  $C_{gd}$ 。

通过 Laplace 变换，可以将增益传输函数计算为复数频率的函数；每个电容被表示为阻抗  $1/sC$ ，其中  $s=j\omega$ 。

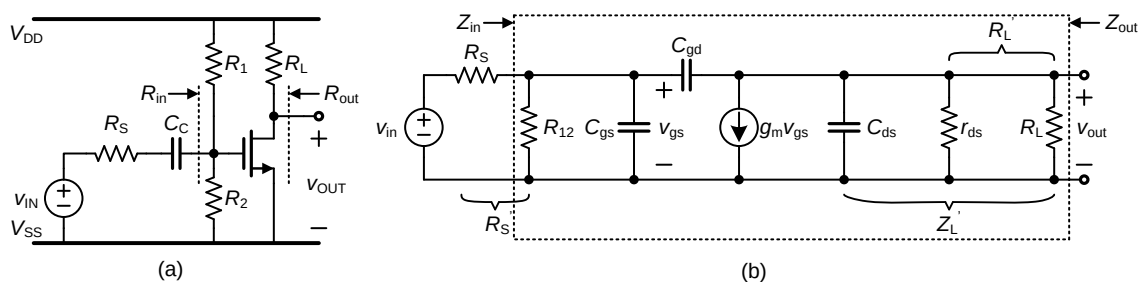


图 3-1 共源放大器及其小信号等效电路图

根据小信号等效电路，利用节点电压法可以得到增益  $A_v$  和输入阻抗  $Z_{in}$ 、输出阻抗  $Z_{out}$  的完整表达式。接下来将会看到，尽管电路中有 3 个节点电容，但是传输函数的分母仅仅是二阶的，这是因为 3 个节点电容组成了一个环路，在电路中只允许存在两个独立的初始条件，所以产生的是对时间的二阶微分方程。

### 3.1.1 单独考虑各个电容

我们先单独考虑各个电容对频率响应特性的影响。

#### (1) 只考虑电容 $C_{gs}$

很容易可以求出增益为

$$A_v = \frac{A_{v0}}{1 + jf/f_{c1}} \quad (3.1)$$

其中

$$A_{v0} = -g_m R_L' \quad (3.2)$$

表示低频增益；

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_s C_{gs}} \quad (3.3)$$

表示电容  $C_{gs}$  形成的极点频率， $R_s$  是电容  $C_{gs}$  看到的电阻，更精确地，为  $R_s \parallel R_{12}$ 。如果考虑  $R_{12}$ ，则输出阻抗为

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = R_{12} \parallel sC_{gs} = \frac{R_{12}}{1 + R_{12}C_{gs}s} \quad (3.4)$$

#### (2) 只考虑电容 $C_{ds}$

这时增益的表达式与式 (3.1) 相似，只不过极点变为

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi R_L' C_{ds}} \quad (3.5)$$

表示电容  $C_{ds}$  形成的极点频率，其中  $R_L'$  是电容  $C_{ds}$  看到的电阻，

$$R_L' = R_L \parallel r_{ds} \quad (3.6)$$

输出阻抗为

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{R_L'}{1 + jf/f_{c2}} \quad (3.7)$$

#### (3) 只考虑电容 $C_{gd}$

电容  $C_{gd}$  非常重要，作为从输出节点到输入节点的反馈电容，它使得从输出节点和输入极点看到的电容增大了。

增益为

$$A_v = A_{v0} \frac{1 - jf/f_{c4}}{1 + jf/f_{c3}} \quad (3.8)$$

其中

$$f_{c3} = \frac{1}{2\pi MR_S C_{gd}} \quad (3.9)$$

$$M = 1 + \frac{R'_L}{R_S} + g_m R'_L = 1 + \frac{R'_L}{R_S} - A_{v0} \quad (3.10)$$

$$f_{c4} = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}} \quad (3.11)$$

增益传输函数包含一个极点  $f_{c3}$  和一个零点  $f_{c4}$ ，在低频时，显然  $|A_v| = A_{v0}$ ；因为极点  $f_{c3}$  中的  $M$  因子（代表 Miller 效应）包含  $A_{v0}$ ，通常较大，在高频时，极点往往占主导地位，即极点频率更低。

### 密勒效应 (Miller 效应)

值得注意的是，现在截止频率  $f_{c3}$  不是简单地由  $RC$ ，而是由  $MRC$  决定的，因子  $M$  加进了  $RC$  积。 $M$  是与低频增益绝对值成正比的系数，反映了反馈电容对输入节点时间常数的影响程度。因子  $M$  中的最大的一项是低频增益  $A_{v0}$ ，当低频增益足够大时，可以近似为  $M=1-A_{v0}$  即 Miller 因子。主极点是倍增的电容  $C_{gd}$ （乘以放大级低频增益）和源电阻  $R_S$  的乘积造成的。可以等效成输入节点有一个电容  $C'_{gd}$ ，它的值为

$$C'_{gd} = MC_{gd} \approx A_{v0} C_{gd} \quad (3.12)$$

这称为 Miller 效应， $C'_{gd}$  称为 Miller 电容

在更高频率上，式 (3.9) 给出的零点出现，零点的大小为  $f_{c4}$ 。超过该频率，增益的频率响应将会变得平坦，而且达到纯电阻性的  $A_{vh}$ 。由式 (3.9) 容易算出

$$A_{vh} \approx \frac{R'_L}{MR_S} = \frac{1}{g_m R_S} \quad (3.13)$$

由图 3-2 容易看出，在绝对值上比例  $f_{c4}/f_{c3}$  和  $A_{v0}/A_{vh}$  相等。实际上，频率  $f_{c3}$  和  $f_{c4}$  之间的斜率等于 1 或者说是 -20dB/decade。

除去偏置电阻，只考虑电容时的输入阻抗为

$$Z_{in} = \left( \frac{1}{1 - A_{v0}} \right) \frac{1 + R'_L C_{gd} S}{C_{gd} S} \approx \frac{1}{MC_{gd}} \quad (3.14)$$

其中，零点为

$$f_{c5} = \frac{1}{2\pi R'_L C_{gd}} \quad (3.15)$$

这表示在低频处，输入端看到的电容为 Miller 电容。在高于  $f_{c6}$  的频率，式 (3.15) 中给出的零点变得更加重要，在这些高频范围，输入阻抗是电阻性的，而且等于  $R_{in} \approx 1/g_m$ 。

高频时看到的输入阻抗为  $1/g_m$ ，这并不奇怪，将  $C_{gd}$  短路会给出完全一样的结果。这种栅极和漏极之间的短接造成了二极管连接形式，显然它的小信号阻抗为  $1/g_m$ 。

这显然也适用于输出阻抗

$$Z_{out} = R_L' \frac{1 + jf/Mf_{c3}}{1 + jf/f_{c3}} \quad (3.16)$$

低频处  $Z_{out}$  由  $R_L'$  给出，而且极点  $f_{c3}$  和增益的极点一样，也包含 Miller 电容。零点总是发生在更高的频率  $Mf_{c3}$ 。在非常高的频率处， $Z_{out}$  的值也会变成纯电阻性，记为  $R_{out} = R_L'/M \approx 1/g_m$ 。

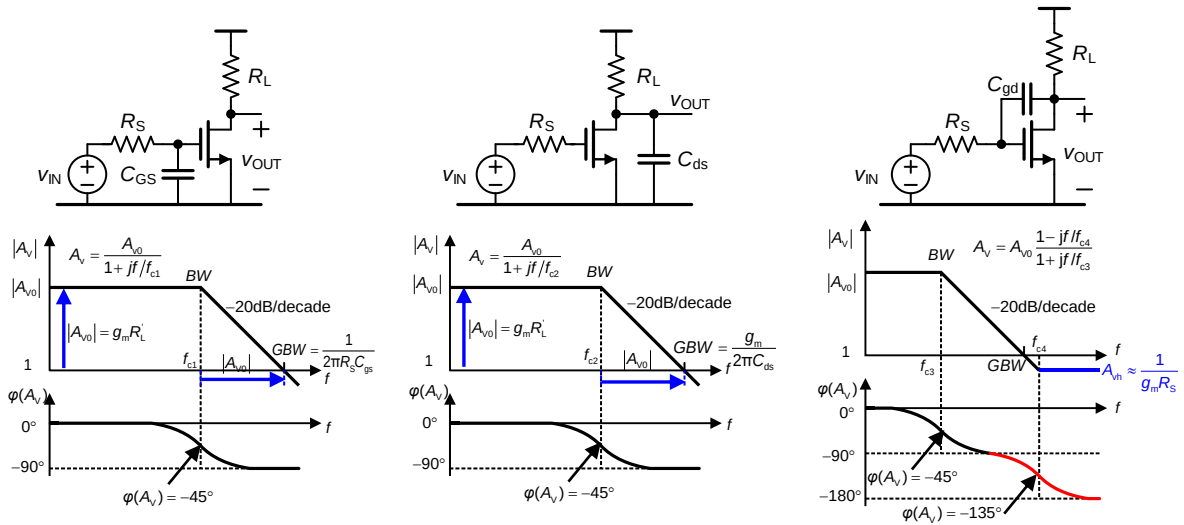


图 3-2 共源放大器单独考虑各个电容时的电路图及波特图

接下来，分析完整的包括 3 个节点电容的电路，讨论增益和输入、输出阻抗的传输函数。

### (1) 增益 $A_v$

以节点电压法写出该网络的 Kirchhoff 方程组：

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs} + sC_{gd})v_{gs} - sC_{gd}v_{out} = \frac{v_{in}}{R_s} \\ (g_m - sC_{gd})v_{gs} + (sC_{gd} + sC_{ds} + 1/R_L')v_{out} = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

可以求得上述方程组的解为

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-g_m R_L' (1 - sC_{gd}/g_m)}{1 + [R_s(C_{gd} + C_{gs}) + R_L'(C_{gd} + C_{ds}) + g_m R_s R_L' C_{gd}]s + R_s R_L' (C_{gs} C_{ds} + C_{gs} C_{gd} + C_{gd} C_{ds})s^2} \quad (3.18)$$

整理得到共源放大器的增益为

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = A_{v0} \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + [R_s(C_{gs} + MC_{gd}) + R_L' C_{ds}]s + R_s R_L' C^2 s^2} \quad (3.19)$$

其中

$$C^2 = C_{gs}C_{ds} + C_{gs}C_{gd} + C_{gd}C_{ds} \quad (3.20)$$

### (2) 输入阻抗 $Z_{in}$

为求电路网络的输入阻抗，在输入端加一个电流源  $i_{in}$  作为激励，然后求出输入端的电压  $v_g$  即可。设在输入端加一个电流为  $i_{in}$  的电流源，运用节点电压法可以得到下列 Kirchhoff 方程组

$$\begin{cases} (sC_{gs} + sC_{gd})v_g - sC_{gd}v_{out} = i_{in} \\ -sC_{gd}v_g + (sC_{gd} + sC_{ds} + 1/R_L')v_{out} = 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

可以求得上述方程组的解为

$$\frac{v_g}{i_{in}} = \frac{1 + R_L'(C_{gd} + C_{ds})s}{[C_{gs} + (1 + g_m R_L')C_{gd}]s + R_L'(C_{gs}C_{ds} + C_{gs}C_{gd} + C_{gd}C_{ds})s^2} \quad (3.22)$$

所以输入阻抗为

$$Z_{in} = \frac{1}{[C_{gs} + (1 + g_m R_L')C_{gd}]s} \frac{1 + R_L'(C_{gd} + C_{ds})s}{1 + \frac{R_L' C^2 s^2}{[C_{gs} + (1 + g_m R_L')C_{gd}]s}} \quad (3.23)$$

即

$$Z_{in} = \frac{1}{[C_{gs} + (1 - A_{v0})C_{gd}]s} \frac{1 + R_L'(C_{gd} + C_{ds})s}{1 + \frac{R_L' C^2 s^2}{[C_{gs} + (1 - A_{v0})C_{gd}]s}} \quad (3.24)$$

其中

$$f_{c16} = \frac{1}{2\pi R_L'(C_{gd} + C_{ds})} \quad (3.25)$$

### (3) 输出阻抗 $Z_{out}$

为求电路网络的输出阻抗，在输出端加一个电流源  $i_{out}$  作为激励，然后求出输出端的电压  $v_{out}$  即可。当分析带有激励信号源的网络的输出阻抗时，应将激励源去除之后再求输出阻抗。原则是：电压源短路，电流源开路，同时全部保留它们的源内阻。

将图中激励电压源  $v_{in}$  短路，在输出端加激励电流  $i_{out}$ ，运用节点电压法可以得到下列 Kirchhoff 方程组

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs} + sC_{gd})v_{gs} - sC_{gd}v_{out} = 0 \\ (g_m - sC_{gd})v_{gs} + \left(sC_{gd} + sC_{ds} + \frac{1}{R_L'}\right)v_{out} = i_{out} \end{cases} \quad (3.26)$$

可以求得上述方程组的解为

$$\frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{R_L' [1 + R_s (C_{gs} + C_{gd})s]}{1 + [R_s (C_{gs} + C_{gd}) + R_L' (C_{gd} + C_{ds}) + g_m R_L' R_s C_{gd}]s + R_s R_L' (C_{gs} C_{ds} + C_{gs} C_{gd} + C_{gd} C_{ds})s^2} \quad (3.27)$$

所以输出阻抗为

$$Z_{out} = R_L' \left\{ \frac{1 + R_s (C_{gd} + C_{ds})s}{1 + [R_s (C_{gs} + MC_{gd}) + R_L' C_{ds}]s + R_s R_L' C^2 s^2} \right\} \quad (3.28)$$

其中

$$f_{c13} = \frac{1}{2\pi R_s (C_{gd} + C_{ds})} \quad (3.29)$$

### 3.1.3 共源放大器的频率特性

为了更好地分析晶体管各个参数和电容的影响，将对  $A_v$ 、 $Z_{in}$  和  $Z_{out}$  的特性进行详细而透彻的讨论。从上面的推导可以看出，它们都是  $g_m$ 、 $C_{gd}$ 、 $C_{ds}$ 、 $C_{gs}$ 、 $R_L'$ 、 $R_s$  等参数的函数。假设所有三类电容总是存在，但是每次只有一个电容或者其他晶体管参数被用作变量，即有 6 个参数可以使用，分别是  $g_m$ 、 $R_s$ 、 $R_L'$  和三个电容  $C_{gd}$ 、 $C_{ds}$ 、 $C_{gs}$  ( $R_{12}=\infty$ )。于是可以分别以这 6 个参数作为变量，画 6 次  $A_v$  波特图，实际上可以对  $Z_{in}$  和  $Z_{out}$  重复这样的做法，得出 18 幅波特图，但由于篇幅限制，我们将只讨论其中的一部分。在接下来的例子中，我们使用的数值是  $g_m=1\text{mS}$ 、 $R_s=5\text{k}\Omega$ 、 $R_L'=40\text{k}\Omega$ 、 $C_{gs}=4\text{pF}$ 、 $C_{ds}=2.5\text{pF}$  和  $C_{gd}=1\text{pF}$ ，这样的话，可以得出  $A_{v0}=-40$  和  $M=49$ 。

首先，将电容  $C_{gd}$  作为一个变量，由于 Miller 效应，反馈电容  $C_{gd}$  对频率特性的影响要放大  $M$  倍，所以用电容  $C_{gd}$  来将放大器的带宽设定在给定值是非常好的选择。为了得到特定的截止频率，也可以将电容  $C_{gd}$  并联一个外接电容。因此，研究电容  $C_{gd}$  取值较大和较小时对放大器的特性的影响也非常重要。

#### (1) 增益 $A_v$ (以 $C_{gd}$ 为参量)

首先，第一种重要的情形，当电容  $C_{gd}$  非常小时，即近似  $C_{gd}=0$ ，则式 (3.20) 简化为：

$$A_v = A_{v0} \frac{1}{(1 + jf/f_{c1})(1 + jf/f_{c2})} \quad (3.30)$$

其中两个极点  $f_{c1}$ 、 $f_{c2}$  分别由式(3.28)和式(3.29)给出，它们分别是输入节点电容  $C_{gs}$  和输出节点电容  $C_{ds}$  的直接结果。由于  $R_s$  通常比较小 ( $k\Omega$  级)，而为了得到高增益  $R_L'$  通常比较大， $f_{c2}$  通常频率比较低，是主极点，记为  $f_d$  (在本例中  $f_d=1.6\text{MHz}$ )； $f_{c1}$  是非主极点。

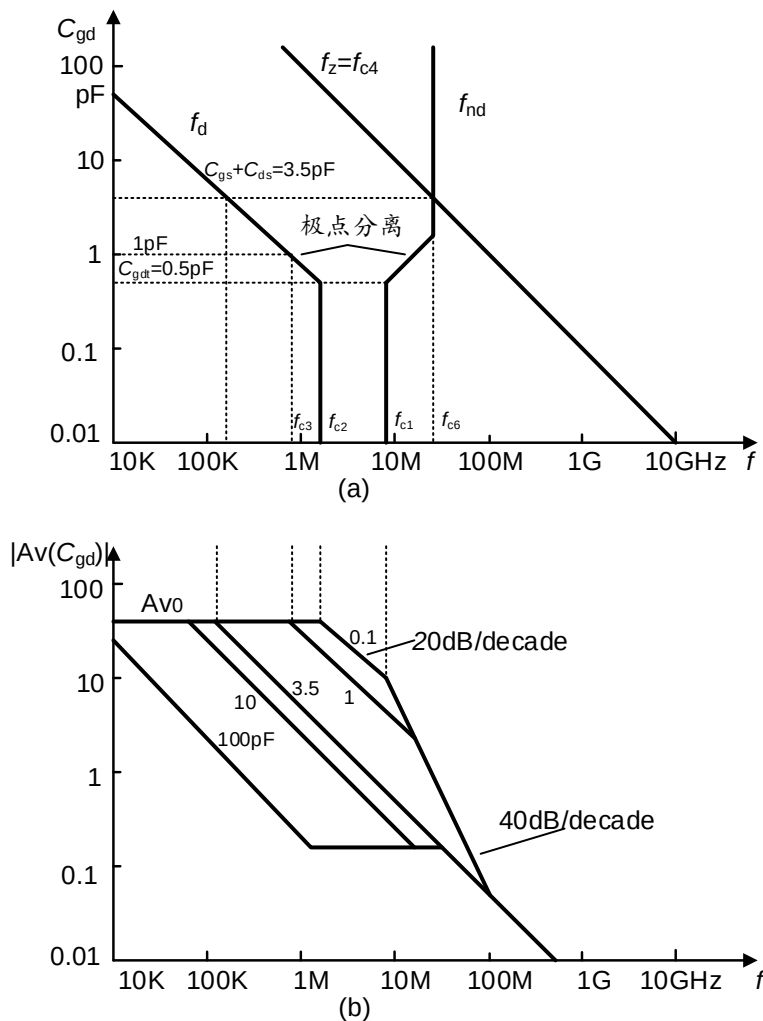
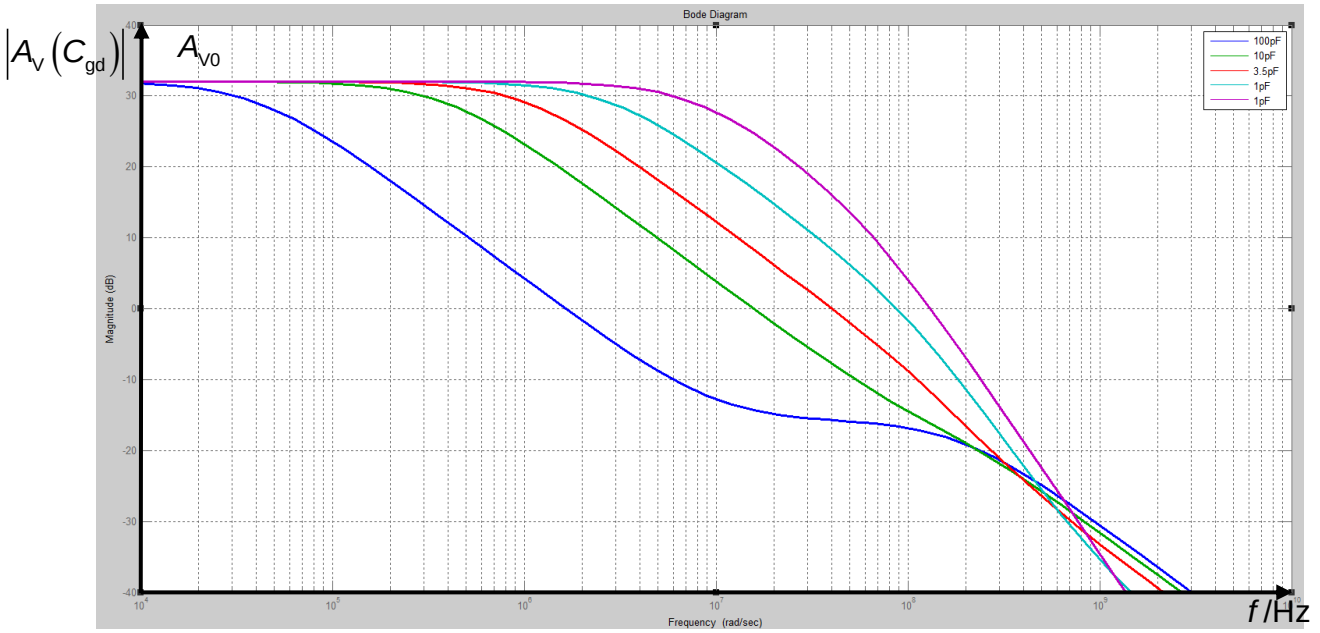


图 3-3 以  $C_{gd}$  为变量增益  $A_v$  (a) 零极点位置图 (b) 波特图 (省略相位部分)

现在，我们让  $C_{gd}$  逐渐增大，为了跟踪零极点发生的变化，以  $C_{gd}$  为变量作出零极点位置图，如图 3-3，当  $C_{gd}$  较小，即大约  $C_{gd} < 0.5\text{pF}$  时，可以清楚地看出两个极点。


 图 3-4 Matlab 仿真得到的以  $C_{gd}$  为变量  $A_v$  的波特图（省略相位部分）

主极点近似法：

假设传输函数为

$$A(s) = A_0 \frac{1 - cs}{1 + as + bs^2} \quad (3.31)$$

假设两个极点  $s_1$ 、 $s_2$  距离相对较远，即  $s_1 \ll s_2$ ，那么分母近似为

$$1 + as + bs^2 = \left(1 + \frac{s}{s_1}\right) \left(1 + \frac{s}{s_2}\right) = 1 + \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)s + \frac{s^2}{s_1 s_2} \approx 1 + \frac{1}{s_1}s + \frac{s^2}{s_1 s_2} \quad (3.32)$$

从而解得传输函数的零极点为

$$z = \frac{1}{c} \quad s_1 = -\frac{1}{a} \quad s_2 = -\frac{a}{b} \quad (3.33)$$

第二类重要的情形是为了减小带宽，使得  $C_{gd}$  较大时，式 (3.20) 可以近似为

$$A_v = A_{v0} \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + MR_s C_{gd}s + R_s R_L' C_{gd} (C_{ds} + C_{gs})s^2} \quad (3.34)$$

现在主极点  $f_d$  是由 Miller 电容  $MC_{gd}$  造成的，位置处在  $f_{c3}$ ，正如预期，主极点频率降低。

非主极点  $f_{nd}$  为：

$$f_{c6} = \frac{M}{2\pi R_L' (C_{ds} + C_{gs})} \approx \frac{g_m}{2\pi (C_{ds} + C_{gs})} \quad (3.35)$$

其中  $M$  被近似为  $A_{v0} = g_m R_L'$



### 临界电容 $C_{gdt}$ 和 $C_{gdu}$

在这个例子中，非主极点频率  $f_{c6}=24.5\text{MHz}$ ，远高于  $f_{c1}$  和  $f_{c2}$ 。因此，增大  $C_{gd}$  使得极点分离，如图 3-3 所示，可以清楚地看出从  $C_{gdt}=0.5\text{pF}$  开始极点分离。显然，Miller 电容起作用的临界值  $C_{gdt}$  依赖于其他电容，如图 3-3(a)所示，可以从主极点  $f_d$  的表达式中推导出  $C_{gdt}$ 。

由式 (3.20) 可以推导出主极点为：

$$f_d = \frac{1}{2\pi \left[ (R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}) + MR_s C_{gd} \right]} \quad (3.36)$$

以  $C_{gd}$  为变量，将主极点整理为关于  $C_{gd}$  的函数可以得到：

$$f_d = \frac{1}{2\pi (R_s C_{gs} + R_L' C_{ds})} \frac{1}{1 + \frac{C_{gd} MR_s}{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}} \quad (3.37)$$

即

$$f_d = \frac{f_{c9}}{1 + C_{gd}/C_{gdt}} \quad (3.38)$$

其中

$$C_{gdt} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{MR_s} = \frac{1}{2\pi MR_s f_{c9}} \quad (3.39)$$

$$f_{c9} = \frac{1}{2\pi (R_s C_{gs} + R_L' C_{ds})} \quad (3.40)$$

对于较小的  $C_{gd}$  的值 ( $C_{gd} \ll C_{gdt}$ )，主极点频率近似为  $f_{c9}$ ，它的大小与  $f_{c2}$  相近。在式 (3.40) 中用  $f_{c2}$  替换  $f_{c9}$ ，可以近似得到

$$C_{gdt} \approx \frac{C_{ds}}{g_m R_s} \quad (3.41)$$

利用本例中的数值，可以得出  $f_{c1}=8\text{MHz}$ ,  $f_{c2}=1.6\text{MHz}$ ,  $f_{c3}=0.64\text{MHz}$ ,  $f_{c6}=24.5\text{MHz}$  和  $C_{gdt}=0.5\text{pF}$ 。

同理，由式 (3.20) 可以推导出非主极点  $f_{nd}$  为：

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \frac{(R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}) + MR_s C_{gd}}{R_s R_L' (C_{gs} C_{ds} + C_{gs} C_{gd} + C_{gd} C_{ds})} \quad (3.42)$$

以  $C_{gd}$  为变量，将主极点整理为关于  $C_{gd}$  的函数可以得到：

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L C_{gs} C_{ds}} \frac{1 + \frac{C_{gd} M R_s}{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}}{1 + C_{gd} \frac{C_{gs} C_{ds}}{C_{gs} + C_{ds}}} \quad (3.43)$$

即

$$f_{nd} = f_{c10} \frac{1 + C_{gd}/C_{gdt}}{1 + C_{gd}/C_{gdu}} \quad (3.44)$$

其中

$$f_{c10} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L C_{gs} C_{ds}} = \frac{f_{c1} f_{c2}}{f_{c9}} \quad (3.45)$$

$$C_{gdu} = \frac{C_{gs} C_{ds}}{C_{gs} + C_{ds}} \quad (3.46)$$

（ $M$  比较大时， $C_{gdu} > C_{gdt}$ ）当  $C_{gd}$  的值较小时，非主极点  $f_d$  近似为  $f_{c10}$ ，非常接近式给出的  $f_{c1}$ 。

利用反馈电容  $C_{gd}$  进行有效的极点分离，重要的是搞清楚主极点与非主极点分离的临界电容啊（也可称为拐点电容），即  $C_{gd}$  多大时主极点与非主极点开始分离。 $C_{gdt}$  和  $C_{gdu}$  表示引起极点变化的临界电容。

$C_{gdt}$  对应于引起极点分离的第一个临界电容值，可以视为补偿电容  $C_{gd}$  起作用的阈值，当电容  $C_{gd}$  大于  $C_{gdt}$  后发生极点分离，利用  $C_{gd}$  可以控制极点位置。

$C_{gdu}$  对应于非主极点的第二个临界电容值。当  $C_{gd} > C_{gdu}$  后，随  $C_{gd}$  增加， $f_{nd}$  变化减弱， $C_{gd}$  对非主极点的影响能力减弱，即便再增加反馈电容也无法增大非主极点频率，可以认为近似表示反馈电容  $C_{gd}$  补偿能力结束。

### 以 $C_{gd}$ 为变量的增益 $A_v$ 的零极点图和波特图

下面对图 3-3 以  $C_{gd}$  为变量增益  $A_v$  的零极点位置图和波特图作一个比较全面的分析：

当  $C_{gd} < C_{gdt}$  即反馈电容较小时，主极点和非主极点分别为：

$$f_d = f_{c9} \approx f_{c2} = \frac{1}{2\pi R_s C_{gs}} \text{ 和 } f_{nd} = f_{c10} \approx f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_L' C_{ds}}, \text{ 基本保持固定，不随 } C_{gd} \text{ 变化。}$$

当  $C_{gd} > C_{gdu}$  即反馈电容较大时，主极点和非主极点分别为：

$$f_d = \frac{1}{2\pi M R_s C_{gd}} \text{ 和 } f_{nd} = f_{c6} \approx \frac{g_m}{2\pi (C_{ds} + C_{gs})}, \text{ 主极点频率 } f_d \text{ 随 } C_{gd} \text{ 的增加在对数坐标轴上}$$

以 -1 斜率下降，非主极点频率  $f_{nd} = f_{c6}$ ，基本保持固定不随  $C_{gd}$  变化；

当  $C_{gdt} < C_{gd} < C_{gdu}$  时, 非主极点频率  $f_{nd} \approx f_{c10} \left( 1 + \frac{C_{gd}}{C_{gdt}} \right)$ , 近似随  $C_{gd}$  线性增加。可以

清楚地看出在  $C_{gdt}$  处, 主极点和非主极点开始发生极点分离。值得注意的是, 根据式 (3.6) 和式 (3.36) 可知, 在对数坐标中, 非主极点  $f_{nd}$  相对于主极点  $f_d$  移动的最大距离为:

$$\frac{f_{c6}}{f_{c2}} = A_{v0} \left( \frac{C_{ds}}{C_{gs} + C_{ds}} \right) \quad (3.47)$$

可以看出: 低频增益  $A_{v0}$  越高, 随  $C_{gd}$  增加非主极点向高频端移动得越远, 补偿的作用越强。极点分离与增益成正比, 在这个例子中, 比例大约为 16, 对于比 16 倍  $C_{gdt}$  大的  $C_{gd}$  值 (8pF), 非主极点保持在  $f_{c6}$  处恒定不变。

由传输函数可以求出零点为:  $f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}}$ 。随反馈电容  $C_{gd}$  增大, 零点  $f_z$  向低频方向

移动; 非主极点为:  $f_{nd} \approx \frac{g_m}{2\pi(C_{ds} + C_{gs})}$ , 移动过程中当  $f_z = f_{nd}$  即  $C_{gd} = C_{ds} + C_{gs}$  时 (在本

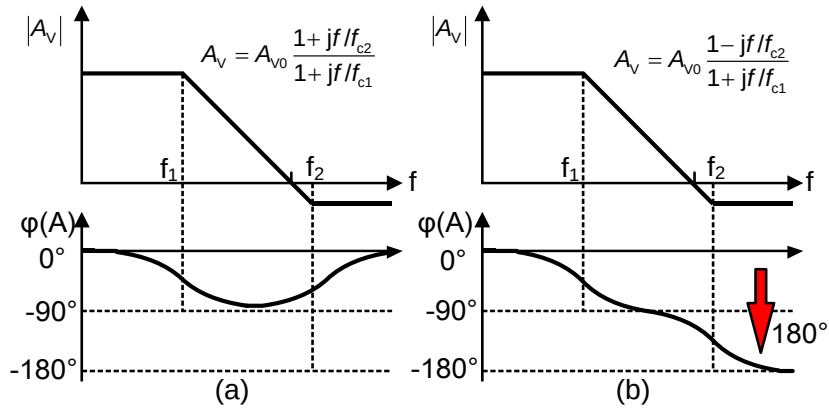
例中, 为 3.5pF), 会发生零点与非主极点抵消, 此时的频率响应表现为单极点特性, 即一阶滚落。如果进一步增大反馈电容  $C_{gd}$ , 则零点  $f_z$  将会出现在两个极点之间, 而且零点与主极点  $f_d = f_{c3}$  之比

$$\frac{f_z}{f_d} = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}} \bigg/ \frac{1}{2\pi M R_s C_{gd}} = M g_m R_s \quad (3.48)$$

将保持恒定不变, 与反馈电容无关。因为正零点对相位裕度的影响与负极点相同, 再增加反馈电容的大小也不会改善相位裕度, 只能采取正零点消除技术, 所以  $C_{gd}$  的选取要在正零点减小与极点间距增加之间折中。所以, 当零极点抵消时, 将在所有频率上保持 -20dB/decade 的斜率, 对于更小的  $C_{gd}$ , 传输特性将出现陡峭的二阶部分; 对于更大的  $C_{gd}$ , 将会出现一个平坦的区域。如果需要一阶传输特性的话, 上述两者都是要避免的。

### 正零点和负零点

负零点又称左半平面的零点, 使得相位超前, 并且使得增益随频率升高而增加。在多数电路中, 除了会减慢瞬态响应建立速度之外, 左半平面零点没有其他坏处。正零点又称右半平面的零点, 会像极点一样引入相位滞后, 从相位裕度看, 右半平面零点相当于一个极点。因此, 在任何反馈系统中, 右半平面零点都应该被避免, 因为它们引入的延时使得系统不稳定。


 图 3-5 增益  $A_v$  的波特图 (a) 负零点 (b) 正零点

如图所示, 由于幅度不受符号的影响, 两者的幅频特性一样; 但相频特性截然不同, 图 3-5 (a) 中的相位在高频处回到  $0^\circ$ , 而 (b) 中由于正零点的存在, 相位变到  $-180^\circ$ , 相位裕量完全被破坏掉。

右半平面零点产生的原因

零点的产生是由于信号有两个路径可由输入端到达输出端。两个路径中, 一个通过电容  $C_{gd}$  直接耦合 (前馈信号支路), 另一个通过跨导  $g_m$  (主通路)。由于两个路径的信号到达输出端后相位相反, 零点出现在右半平面。

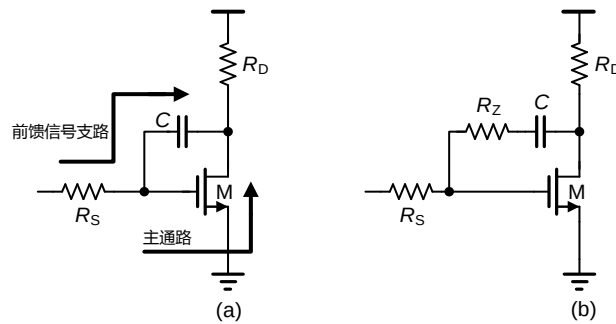


图 3-6 (a) 正零点产生的原因 (b) 正零点的消除

消除正零点的最简单的方法使加入与电容串联的电阻  $R_z$ , 在这里不再展开论述。

除了利用反馈电容  $C_{gd}$  外, 还可以通过调节跨导  $g_m$  的大小来调节放大器的频率响应特性。

## (2) 增益 $A_v$ (以 $g_m$ 为参量)

为了分析  $g_m$  对  $A_v$  的影响, 近似认为  $M = 1 + R'_L/R_s + g_m R'_L \approx g_m R'_L$ , 将前面推导得到的  $f_d$ 、 $f_{nd}$  和  $f_z$  表示为变量  $g_m$  的函数, 可以得到如下:

主极点:

$$f_d = \frac{1}{2\pi(R_s C_{gs} + R_L' C_{ds})} \frac{1}{1 + g_m / \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L' C_{gd}}} \quad (3.49)$$

即

$$f_d = f_{c9} \frac{1}{1 + g_m / g_{mt}} \quad (3.50)$$

其中

$$f_{c9} = \frac{1}{2\pi(R_s C_{gs} + R_L' C_{ds})} \quad (3.51)$$

$$g_{mt} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L' C_{gd}} \quad (3.52)$$

非主极点:

$$f_{nd} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{2\pi R_s R_L' C^2} \left( 1 + g_m / \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L' C_{gd}} \right) \quad (3.53)$$

即

$$f_{nd} = f_{c15} (1 + g_m / g_{mt}) \quad (3.54)$$

其中

$$f_{c15} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{2\pi R_s R_L' C^2} \quad (3.55)$$

$g_{mt}$  是 Miller 电容起作用的临界跨导值, 在本例中  $g_{mt}=0.6\text{mS}$ ,  $f_{c9}=1.3\text{MHz}$ ,  $f_{c15}=5.8\text{MHz}$ 。

当  $g_m$  比较小即  $g_m < g_{mt}$  时,  $M \approx g_m R_L'$  较小,  $MR_s C_{gd}$  项的作用可以忽略, 此时主极点

点为  $f_{c9} = \frac{1}{2\pi(R_s C_{gs} + R_L' C_{ds})}$ , 非主极点为  $f_{c15} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{2\pi R_s R_L' C^2}$ , 两个极点不随  $g_m$  变化。

当  $g_m > g_{mt}$  时,  $M \approx g_m R_L'$  较大,  $MR_s C_{gd}$  项的作用变得更加显著, 两个极点开始分

离, 并随  $g_m$  增加而间距增大。此时主极点为  $f_d = \frac{f_{c9}}{1 + g_m / g_{mt}}$ , 与  $g_m$  成反比, 非主极点为

$f_{nd} = f_{c15} (1 + g_m / g_{mt})$ , 与  $g_m$  成正比。

单纯考虑极点分离, 在设计中要使非主极点向更高频方向移动,  $g_m$  越大越好, 但是这在实际中是不现实的。

增益  $A_v$  的零点  $f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}}$  随  $g_m$  的增加而增加, 这与图中零点随  $C_{gd}$  的增大而减小

情况正好相反，令  $f_z=f_{nd}$ ，可得跨导  $g_m$  为

$$g_{mu} = 2\pi f_{nd} C_{gd} = 2\pi f_{c15} C_{gd} = \frac{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}}{R_s R_L' C^2} C_{gd} \quad (3.56)$$

此时，零点与非主极点抵消，增益变为单极点响应；令  $f_z=f_d$ ，可得跨导  $g_m$  为

$$g_{mr} = 2\pi f_d C_{gd} = 2\pi f_{c9} C_{gd} = \frac{C_{gd}}{R_s C_{gs} + R_L' C_{ds}} \quad (3.57)$$

此时，零点与主极点抵消，增益变为单极点响应。设计中为了获得良好的频率特性，可以取在这两点附近：当  $g_m=g_{mu}$  时，零点与非主极点抵消，增益较大，主极点频率较低；

当  $g_m=g_{mr}$  时，零点与主极点抵消，增益较小，主极点频率较高；

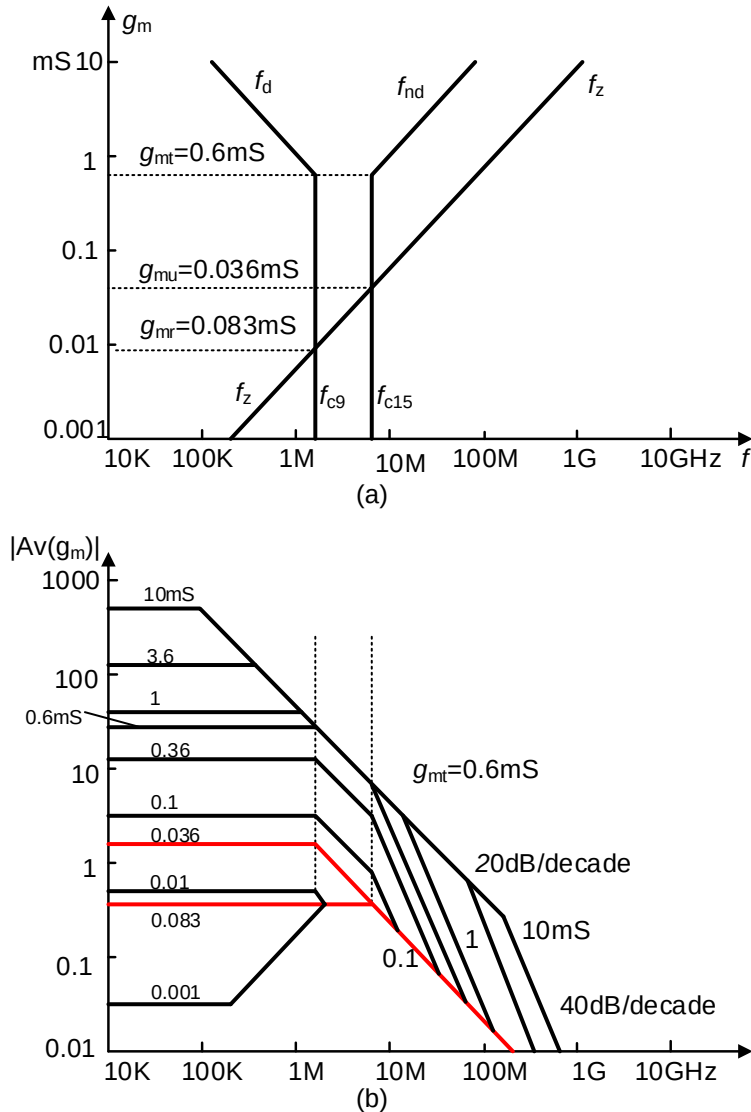


图 3-7 以  $g_m$  为变量增益  $A_v$  的 (a) 零极点图 (b) 波特图(省略相位部分)

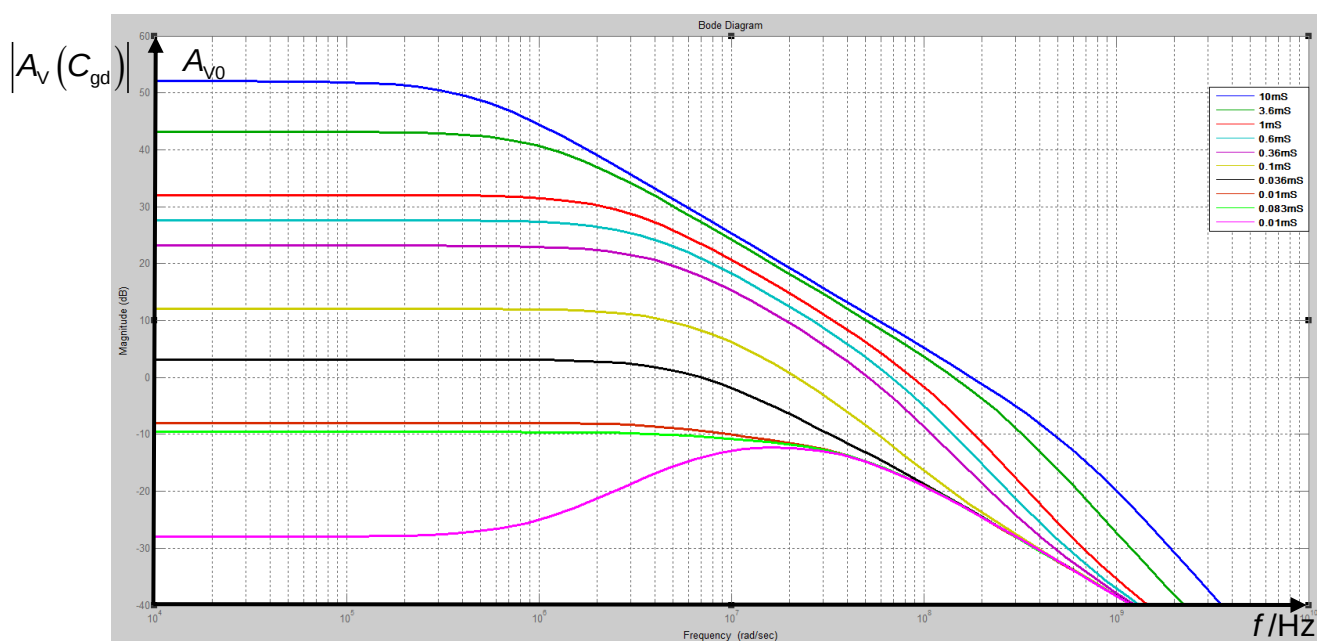


图 3-8 Matlab 仿真得到的以  $C_{gd}$  为变量增益  $A_v$  的波特图（省略相位部分）

对于不同的跨导，增益的幅频特性曲线如图 3-7 (b) 所示。在低频情况下，增益为  $|A_{v0}| = g_m R_L'$ ，随  $g_m$  的增加增益线性增加，其值由  $g_m$  和  $R_L'$  确定。

在  $g_m$  很小时，零点  $f_z = g_m / (2\pi C_{gd})$  起主要作用，并导致在和之间形成响应曲线的宽峰；对于小于  $g_{mt}$  的  $g_m$  值，可以在下面两点得到完美的一阶特性：当  $g_m = g_{mu}$  时，零点与非主极点抵消，增益变为单极点响应；当  $g_m = g_{mr}$  时，零点与主极点抵消增益变为单极点响应；

当  $g_m = g_{mt}$  时，非主极点达到最小值，40dB/decade 区距主极点最近。因为这个区对于反馈运用放大器容易引起过冲或振荡，一般不希望增益大于 0dB 范围内存在 40dB/decade 区。

在  $g_m > g_{mt}$  的情况下，增益随频率增加首先出现主极点决定的第一个拐点，幅频特性进入 20dB/decade 一阶区，然后出现非主极点决定的第二个拐点，幅频进入 40dB/decade 二阶区；最后出现零点决定的拐点，幅频特性返回 20dB/decade 区。

增益的零点是正零点，因为每个负极点或正零点都引起相位-90°的变化，增益在高频时相位达到-270°。

经过前面的讨论可以知道有两种方法进行极点分离，即增加  $C_{gd}$  或  $g_m$ ， $f_z = f_{nd}$  时，零点与非主极点抵消。因为正零点随  $C_{gd}$  增加而移向更低频率方向，随  $g_m$  增加而移向更高频率方向，所以最好采用增加  $g_m$  的方法使极点有效分离。

### 3.2 源极跟随器

在这部分，将详细讨论源极跟随器的频率响应特性。在前面的部分，我们讨论了共源放大器的频率响应特性，它常被用来产生增益和带宽。但是增益并不是唯一目的，很多情况下，阻抗转换是必要的。阻抗转换有两种类型，从低阻到高阻和从高阻到低阻；低频情况下，源极跟随器具有理想的从高阻到低阻转换的缓冲能力，输入阻抗非常大（近似无穷大），输出阻抗  $1/g_m$  很小，可以提供输入到输出之间的电压缓冲。其源端输出“跟随”输入，这也是被命名为“源极跟随器”的原因。

输入和输出之间的直流电平移动为：

$$V_{IN} - V_{OUT} = V_{GS} = V_T + \sqrt{\frac{I_B}{K'W/L}} \quad (3.58)$$

如图 3-9 所示，源极跟随器是共漏接法，因为漏端连接正电源电压，对交流小信号而言是交流地。输入在栅极，输出在源极，晶体管被输出阻抗为  $R_T$ （很高但是有限）的电流源  $I_T$  偏置，负载表示为电容  $C_L$ 。如图 3-7 (a)，衬底可以和源端接在一起，此时阈值电压为：

$$V_T = V_{T0} + \gamma(\sqrt{|2\phi_F|} - 0 - \sqrt{|2\phi_F|}) = V_{T0} \quad (3.59)$$

如图 3-9 (b)，衬底也可以和直流地接在一起，此时阈值电压为：

$$V_T = V_{T0} + \gamma(\sqrt{|2\phi_F| + V_{OUT}} - \sqrt{|2\phi_F|}) \quad (3.60)$$

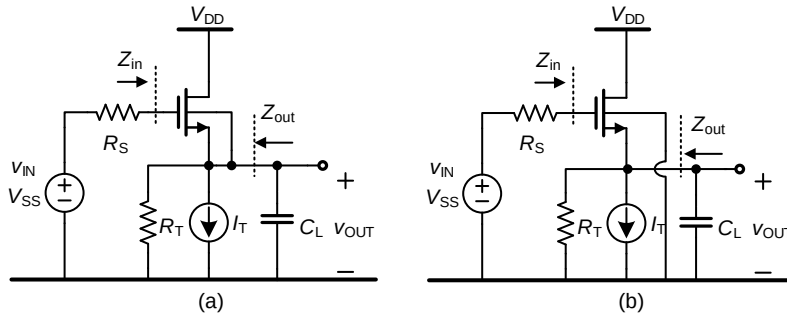


图 3-9 源极跟随器 (a) 没有体效应 (b) 有体效应

源极跟随器的小信号增益总是小于单位增益 1，但是非常接近单位增益 1。如图 3-10 所示，其等效小信号电路对于图 3-9 中的两种接法都是成立，唯一区别在于衬底接地时，电容  $C_{ds}$  会稍微大些。原因是寄生 JFET 中的电容  $C_{gs}$  会叠加在电容  $C_{ds}$  上。负载电容也可以加在电容  $C_{ds}$  上，因为两者都是连接在输出和小信号地上的。



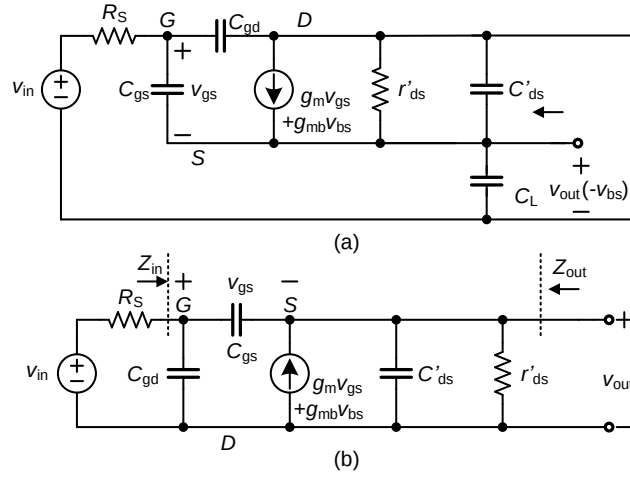


图 3-10 源极跟随器小信号等效电路 (a) 简化前 (b) 简化后

### 3.2.1 增益 $A_v$

假设  $V_{SB} \neq 0$ ，考虑  $g_{mb}$ ，由节点电压法可得：

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs} + sC_{gd})v_g - sC_{gs}v_{out} = \frac{v_{in}}{R_s} \\ -sC_{gs}v_g + (sC_{gs} + sC'_{ds} + 1/r'_{ds})v_{out} = g_m(v_g - v_{out}) - g_{mb}v_{out} \end{cases} \quad (3.61)$$

整理后可得

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs} + sC_{gd})v_g - sC_{gs}v_{out} = \frac{v_{in}}{R_s} \\ -(g_m + sC_{gs})v_g + (sC_{gs} + sC'_{ds} + g'_m)v_{out} = 0 \end{cases} \quad (3.62)$$

解此方程得增益为：

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_m}{g'_m} \frac{1 + s \frac{C_{gd}}{g_m}}{1 + \left[ \left( 1 + \frac{R_s}{r'_{ds}} \right) \frac{C_{gs}}{g'_m} + \frac{C'_{ds}}{g'_m} + R_s C_{gd} \right] s + \frac{R_s}{g'_m} C'^2 s^2} \quad (3.63)$$

其中：  $g'_m = g_m + g_{mb} + 1/r'_{ds}$ ，  $C'_{ds} = C_{ds} \parallel C_L$ ，  $r'_{ds} = r_{ds} \parallel R_T$ ，  $C'^2 = C_{gs}C'_{ds} + C_{gs}C_{gd} + C_{gd}C'_{ds}$

为了简化，在  $V_{SB} = 0$ ，  $r_{ds} \gg 1/g_m$  的情况下，将  $g'_m$  近似为  $g_m$ ，则传输函数可以写为：

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1 + \frac{C_{gd}}{g_m} s}{1 + \left[ \left( 1 + \frac{R_s}{r_{ds}} \right) \frac{C_{gs}}{g_m} + \frac{C'_{ds}}{g_m} + R_s C_{gd} \right] s + \frac{R_s}{g_m} C'^2 s^2} \quad (3.64)$$

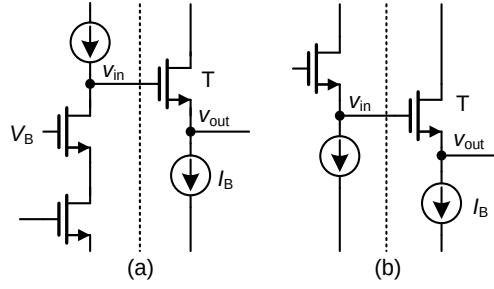


图 3-11 源极跟随器用作 (a) 输出缓冲 (b) 电平移动

为了方便，我们将按  $R_s$  和  $r_{ds}$  的大小关系来分类：可以看出图 3-11 (a) 源极跟随器作为输出缓冲时， $R_s \approx g_m r_{ds}^2$ ，满足  $R_s \gg r_{ds}$ ；图 3-11 (b) 源极跟随器作为电平移动时， $R_s \approx 1/g_m$ ，满足  $R_s \ll r_{ds}$ 。

### (1) $R_s \ll r_{ds}$ 成立

我们先从较为简单的 (a) 中所示情况入手，此时  $R_s/r_{ds} \ll 1$ 。本例中新增加的参数有  $r_{ds}=50k\Omega$ ， $R_T=1M\Omega$ ， $C_L=10pF$

以  $g_m$  为变量，求出主极点（有两种表达形式）和非主极点：

$$f_d = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C'_{ds})} \frac{1}{1 + g_m \frac{R_s C_{gd}}{C_{gs} + C'_{ds}}} \quad (3.65)$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi R_s C_{gd}} \frac{1}{1 + \frac{1}{g_m} \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{R_s C_{gd}}} \quad (3.66)$$

$$f_{nd} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \left( 1 + g_m \frac{R_s C_{gd}}{C_{gs} + C'_{ds}} \right) \quad (3.67)$$

即

$$f_d = f_{c6} \frac{1}{1 + g_m/g_{mr}} \quad (3.68)$$

$$f_d = f_{d0} \frac{1}{1 + g_{mr}/g_m} \quad (3.69)$$

$$f_{nd} = f_{nd0} (1 + g_m/g_{mr}) \quad (3.70)$$

其中

$$g_{mr} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{R_s C_{gd}} \quad (3.71)$$

$$f_{c6} = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C'_{ds})} \quad (3.72)$$

$$f_{d0} = \frac{1}{2\pi R_s C_{gd}} \quad (3.73)$$

$$f_{nd0} = f_{c18} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \quad (3.74)$$

对于小于  $g_{mr}$  的  $g_m$  的值, 非主极点  $f_{nd} = f_{c18}$ , 在本例中,  $g_m = 1\text{mS}$ ,  $g_{mr} = 3.3\text{mS}$ ,  $f_{c18} = 7.9\text{MHz}$ ,  $C'^2 = 66.5\text{pF}$ 。值得关注的是, 两个极点的曲线相交, 围成的区域如图 3-12(a) 所示阴影部分, 由于非主极点必然低于主极点, 我们采用的近似是有问题的。原因是与图中阴影部分对应的跨导  $g_m$ , 在连接阴影部分两个端点的粗线表示的频率处, 出现了两个复数极点。复数极点会导致过冲, 因此必须避免。过冲从阴影部分的底端  $g_m = g_{mb}(0.8\text{mS})$  处开始产生, 在中间  $g_{mr}(3.3\text{mS})$  处过冲达到最大, 并且会持续到阴影部分的顶端  $g_m = g_{mt}(13.3\text{mS})$  处。可以定义一个表征阴影部分大小的量, 高度  $\Delta g_{mr}$  (本例中该值为 16)

$$\Delta g_{mr} = \frac{g_{mt}}{g_{mb}} = \left( \frac{C'^2}{C_{gs} + C'_{ds}} \frac{1}{C_{gd}} \right)^2 = \left( 1 + \frac{C_{gs} C'_{ds}}{C_{gs} + C'_{ds}} \frac{1}{C_{gd}} \right)^2 = \left( 1 + \frac{C_{gdt}}{C_{gd}} \right)^2 \quad (3.75)$$

其中

$$C_{gdt} = \frac{C_{gs} C'_{ds}}{C_{gs} + C'_{ds}} \quad (3.76)$$

( $g_{mb} = \frac{f_{nd0}}{f_{d0}} g_{mr}$ ,  $g_{mt} = \frac{f_{d0}}{f_{nd0}} g_{mr}$ , 更加详细的讨论将在总结中展开)

显然,  $\Delta g_{mr}$  依赖于负载电阻  $C'_{ds}$  和  $C_{gs}$ , 以及补偿电容  $C_{gd}$ , 而且  $\Delta g_{mr}$  必然大于 1。增大栅极电容  $C_{gd}$  可以使  $\Delta g_{mr}$  变小, 当  $C_{gd}$  大于  $C_{gdt}$  (本例中  $3\text{pF}$ ) 时阴影部分达到最小, 这称为源极跟随器的补偿。实际上,  $C_{gd}$  是栅极到地的总电容, 它在输入端形成时间常数为  $R_s C_{gd}$  的低通滤波器, 避免了复极点的出现, 消除了增益过冲。

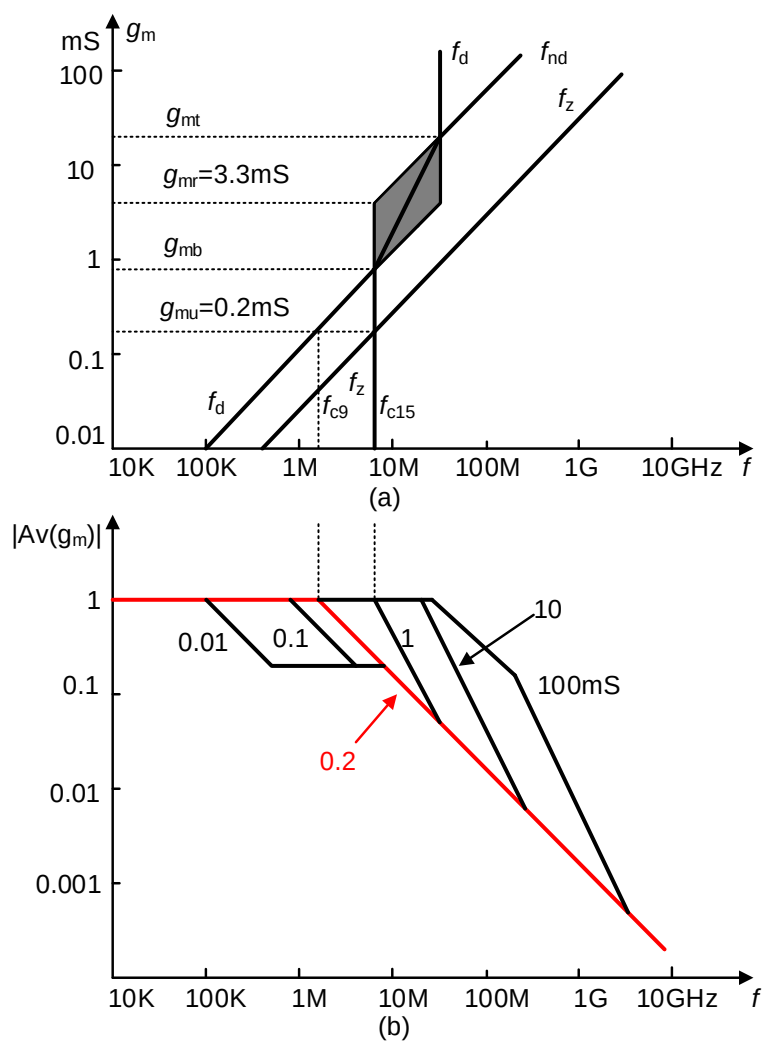


图 3-12 以  $g_m$  为变量增益  $A_v$  (a) 零极点位置图 (b) 波特图 (省略相位部分)

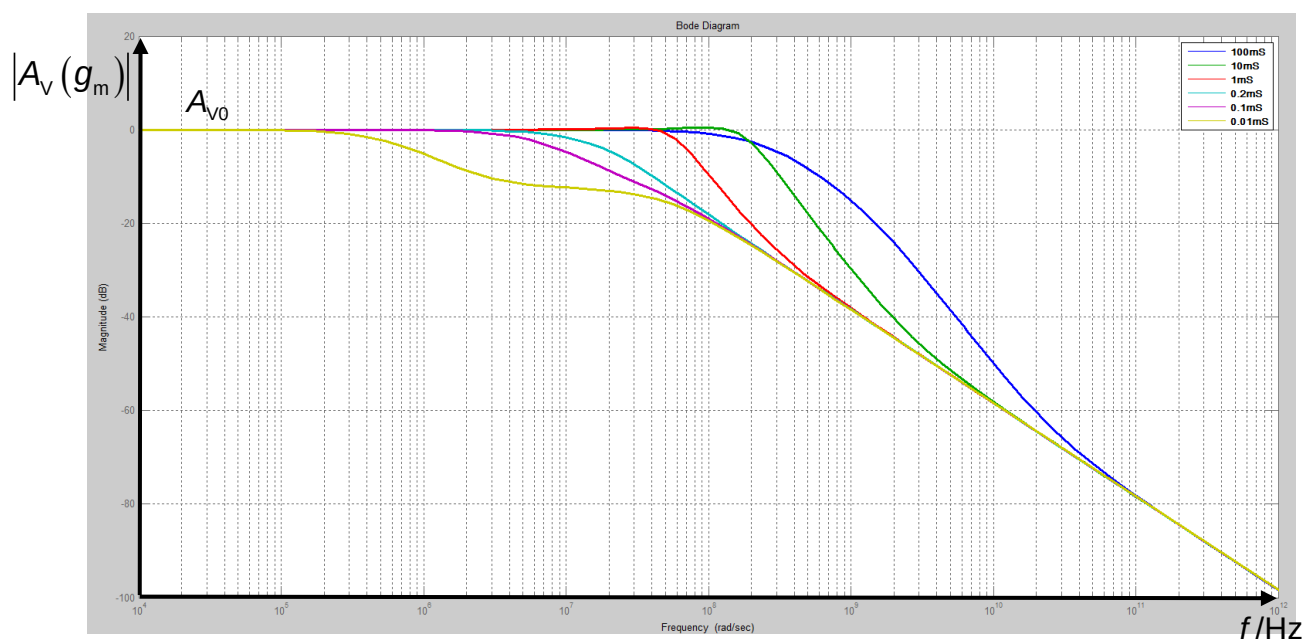


图 3-13 Matlab 仿真得到的以  $g_m$  为变量  $A_v$  的波特图 (省略相位部分)

注意到有一个与  $g_m$  成正比的负零点，

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \quad (3.77)$$

$$g_{mu} \approx 1/R_s \quad (3.78)$$

当  $g_m \approx g_{mu}$  时，零极点抵消，可以得到单极点特性，如图 3-12 中的纯一阶滚降。本例中  $g_{mu}=0.2\text{mS}$ ，此处若  $C_{gd}=C_{gdt}$ ，那么截止频率为

$$f_{ct} = \frac{1}{2\pi R_s (2C'_{ds})} \quad (3.79)$$

当  $C_{gd}=1\text{pF}$ ，截止频率  $f_{ct}=9.6\text{MHz}$ ；当  $C_{gd}=3\text{pF}$ ，截止频率  $f_{ct}=8.1\text{MHz}$ 。这种大小  $g_{mu}$  的值可以通过小电流实现，当  $R_s$  很大时，这并不现实，因为电流将会变得非常小，所以跨导不可能降到那种水平。比如， $R_s=50\text{M}\Omega$ ，那么  $g_m<20\text{nS}$ ，此时电流大约  $1\text{nA}$ 。如此小的沟道电流不足以对电容  $C'_{ds}$  (包括  $C_L$ ) 充放电，会导致压摆率失调，为此应该采用更大的电流。为了避免这些情况下的过冲，必须增大电容  $C_{gd}$ ，充当补偿电容或者输入滤波器(像前面解释的那样)。

因为  $C'_{ds}$  包含较大的负载  $C_L$ ，显然，式(3.80)中时间常数  $R_s C'_{ds}$  形成主极点。这好像是将输出电容  $C'_{ds}$  直接连到源极电阻  $R_s$  上，没有晶体管一样。换句话说，如果我们增大带宽，应该在输入和输出之间起缓冲作用的晶体管仅仅会导致过冲。主要原因是电容  $C_{gs}$  的存在，直接将输入和输出短路连接在一起。我们用电容  $C_{gd}$  来稳定或补偿这阶，甚至对于比  $g_{mu}$  大的  $g_m$  的值。对很大的  $g_m$  的值，有两个极点，零点紧随第二个极点，可以使用这里的  $g_m$ ，而不用担心过冲。

综上，增加输入电容  $C_{gd}$ ，可以稳定源极跟随器，而且会降低主极点，因此只留下  $g_m$  的一个临界值。 $C_{gd}$  的最小值由式给出， $g_m$  的临界值由式给出，但是最好避免。

## (2) $R_s \ll r_{ds}$ 不成立

如果  $R_s \ll r_{ds}$  不成立，那么主极点和非主极点为：

$$f_d = \frac{f_{d0}}{1 + g_{mr}/g_m} \quad (3.80)$$

$$f_{nd} = f_{nd0} \left( 1 + \frac{g_m}{g_{mr}} \right) \quad (3.81)$$

其中

$$f_{d0} = \frac{1}{2\pi R_s C_{gd}} \quad (3.82)$$

$$f_{nd0} = \frac{(1 + R_s/r_{ds})C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \quad (3.83)$$

$$g_{mr} = \frac{(1 + R_s/r_{ds})C_{gs} + C'_{ds}}{R_s C_{gd}} \quad (3.84)$$

阴影区域高度为:

$$\Delta g_{mr} = \frac{g_{mt}}{g_{mb}} = \left( \frac{C_{gs}C_{gd} + C_{gd}C'_{ds} + C_{gs}C'_{ds}}{C_{gs}C_{gd} + C_{gd}C'_{ds} + C_{gd}C_{gs}R_s/r_{ds}} \right)^2 \quad (3.85)$$

当  $C_{gd}R_s/r_{ds} > C'_{ds}$  时,  $f_{d0} < f_{nd}$  阴影区消失, 不产生复极点。因此增大  $C_{gd}$  使  $C_{gd} > C'_{ds}r_{ds}/R_s$ , 可以避免复极点的出现, 原理与  $R_s \ll r_{ds}$  时相同。

### 3.2.2 输入阻抗 $Z_{in}$ :

如图 3-8 源极跟随器小信号等效电路, 由节点电压法可以得到

$$\begin{cases} (sC_{gs} + sC_{gd})v_{in} - sC_{gs}v_{out} = i_{in} \\ -sC_{gs}v_{in} + \left( sC_{gs} + sC'_{ds} + \frac{1}{r'_{ds}} \right)v_{out} = g_m(v_{in} - v_{out}) \end{cases} \quad (3.86)$$

可以求出

$$\begin{aligned} Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} &= \frac{(g_m + 1/r'_{ds}) + sC_{gs} + sC'_{ds}}{\left[ (g_m + 1/r'_{ds})C_{gd} + 1/r'_{ds}C_{gs} \right]s + C'^2s^2} \\ &= \left( \frac{1}{\left( C_{gd} + \frac{C_{gs}}{1 + g_mr'_{ds}} \right)s} \right) \left( \frac{1 + s \left( \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{g_m + 1/r'_{ds}} \right)}{1 + \frac{r'_{ds}C'^2s}{C_{gs} + (1 + g_mr'_{ds})C_{gd}}} \right) \end{aligned} \quad (3.87)$$

在  $g_mr_{ds} \gg 1$  的情况下, 输入阻抗可以近似为:

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \left( \frac{1}{\left( C_{gd} + \frac{C_{gs}}{g_mr'_{ds}} \right)s} \right) \left( \frac{1 + s(C_{gs} + C'_{ds})/g_m}{1 + \frac{r'_{ds}C'^2s}{C_{gs} + g_mr'_{ds}C_{gd}}} \right) \quad (3.88)$$

显然, 输入阻抗是电容性的。在低频时, 由于  $g_mr'_{ds}$  的值比较大 (本例中为 50), 电容  $C_{gs}$  基本可以忽略, 输入电容大约是  $C_{gd}$ 。如果需要非常高的输入阻抗或者非常小的

输入电容，那么  $C_{gd}$  必须降低到  $C_{gs}/g_m r'_{ds}$  以下（大约 0.06pF）。

### 3.2.3 输入阻抗 $Z_{out}$ :

类似输入阻抗的求法，有

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs} + sC_{gd})v_g - sC_{gs}v_{out} = 0 \\ -sC_{gs}v_g + (sC_{gs} + sC'_{ds} + 1/r'_{ds})v_{out} = g_m(v_{in} - v_{out}) + i_{out} \end{cases} \quad (3.89)$$

输出阻抗

$$\begin{aligned} Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} &= \frac{1 + R_s(C_{gd} + C_{gs})s}{(g_m + 1/r'_{ds}) + \left[ (1 + R_s/r'_{ds})C_{gs} + C'_{ds} + R_s(g_m + 1/r'_{ds})C_{gd} \right]s + R_s C'^2 s^2} \\ &= \frac{1}{g_m + 1/r'_{ds}} \frac{1 + R_s(C_{gd} + C_{gs})s}{1 + \left[ \left(1 + \frac{R_s}{r'_{ds}}\right) \frac{C_{gs}}{g_m + 1/r'_{ds}} + \frac{C'_{ds}}{g_m + 1/r'_{ds}} + R_s C_{gd} \right]s + \frac{R_s C'^2}{g_m + 1/r'_{ds}} s^2} \end{aligned} \quad (3.90)$$

在  $g_m r_{ds} \gg 1$  即  $r_{ds} \gg 1/g_m$  的情况下，输出阻抗可以近似为：

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{1}{g_m} \frac{1 + R_s(C_{gd} + C_{gs})s}{1 + \left[ \left(1 + \frac{R_s}{r'_{ds}}\right) \frac{C_{gs}}{g_m} + \frac{C'_{ds}}{g_m} + R_s C_{gd} \right]s + \frac{R_s}{g_m} C'^2 s^2} \quad (3.91)$$

类似于传输函数的讨论，零点为  $f_z = \frac{1}{2\pi R_s(C_{gd} + C_{gs})}$ ，极点相同。

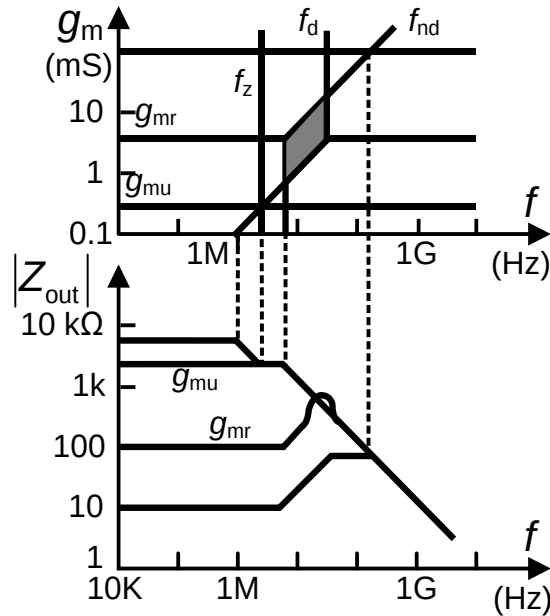


图 3-14 以  $g_m$  为变量  $Z_{out}$  的零极点图和波特图（省略相位部分）

画出输出阻抗的零极点分布图和波特图如图 3-14：令  $f_z = f_d$ ，可以得到

$g_{mu} = \frac{C_{gs} + C_{ds}}{R_s C_{gd}}$ , 此时得到完美的纯一阶滚落, 在此跨导处零点和主极点相互抵消, 实现了宽频带的源极跟随器, 输出阻抗表现为阻性。我们知道  $g_m$  与电流成正相关, 所以增大流过晶体管的偏置电流就可以达到增大  $g_m$  的效果。但是同时也发现了如果  $g_m > g_{mu}$ , 会出现阻抗大小随着频率升高而增大的特性, 这与电感类似, 下面将对此作进一步探究。

### 电感特性

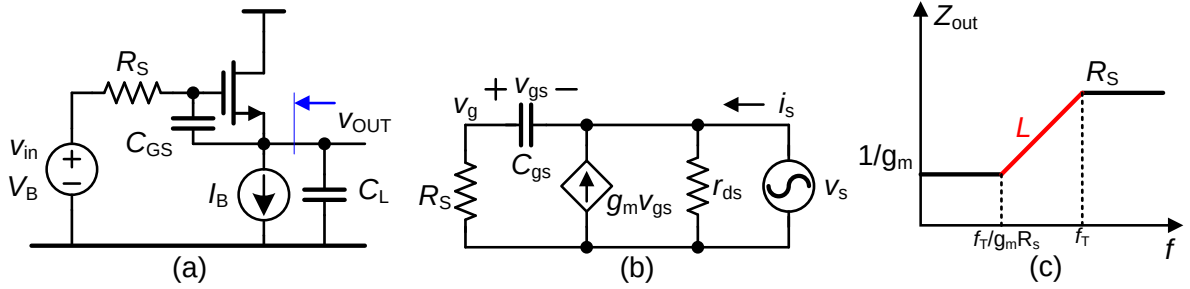


图 3-15 源跟随器输出阻抗  $Z_{out}$  的计算

利用节点电压法分析输出阻抗

$$\begin{cases} (1/R_s + sC_{gs})v_g - sC_{gs}v_s = 0 \\ -sC_{gs}v_g + (sC_{gs} + 1/r_{ds})v_s = g_m(v_g - v_s) + i_s \end{cases} \quad (3.92)$$

可以求出输出阻抗为:

$$Z_{out} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{1 + R_s C_{gs} s}{(g_m + 1/r_{ds}) + (1 + R_s/r_{ds})C_{gs} s} \quad (3.93)$$

假设源极跟随器被大电阻驱动, 由条件

$$\begin{cases} 1/r_{ds} \ll g_m \\ R_s/r_{ds} \ll 1 \end{cases} \quad (3.94)$$

化简式得到:

$$Z_{out} = \frac{1 + R_s C_{gs} s}{g_m + C_{gs} s} \quad (3.95)$$

频率较低时, 电容开路

$$f < \frac{1}{2\pi R_s C_{gs}}, Z_{out} \approx \frac{1}{g_m} \quad (3.96)$$

随着频率的升高, 阻抗增加, 可以认为是一个大小为电感

$$\frac{1}{2\pi R_s C_{gs}} < f < \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}, Z_{out} \approx \frac{1}{g_m} (1 + R_s C_{gs} s) \Rightarrow L = \frac{R_s C_{gs}}{g_m} \quad (3.97)$$

频率很高时, 电容通路短路, 看进去的电阻即为

$$f > \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}, Z_{out} \approx \frac{R_s C_{gs} s}{C_{gs} s} = R_s \quad (3.98)$$



### 3.3 共栅放大器

共栅电路有较为理想的从低阻抗向高阻抗转换的缓冲能力，输入阻抗与负载电阻有关，负载电阻不太大时输入阻抗很低，输出阻抗较高，电流增益约为 1。如图所示，晶体管栅极接正参考电压  $V_{GG}$ ， $R_G$  表示等效串联电阻，对小信号来说  $V_{GG}$  是交流地。输入在源端，输出在漏端，晶体管被输出阻抗为  $R_T$ （很高但是有限）的电流源  $I_T$  偏置，负载表示为电容  $C_L$ 。

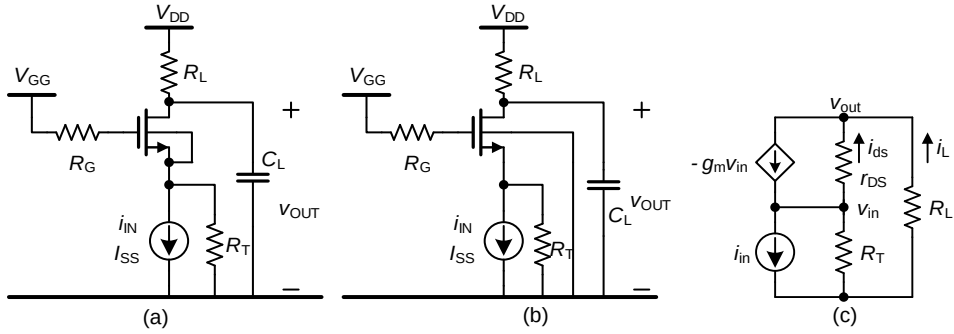


图 3-16 共栅放大器 (a) 没有体效应 (b) 有体效应 (c) 直流小信号等效电路图

#### 3.3.1 低频特性

粗略观察，电流增益是 1，因为所有从源端流出的电流都将流过负载电阻。但是，仔细考察图 3-16 (c) 小信号等效电路，电阻  $r_{ds}$  和  $R_B$  会分流电流源  $g_m v_{gs}$  和  $i_{in}$ 。运用 Kirchhoff 定律，将输出电流  $i_{out}$  写为输入电流  $i_{in}$  的函数，这个比例记为电流增益  $A_{i0}$ 。输出电压  $v_{out}$ ，作为输入电流的函数，即为跨阻增益  $A_R = A_{i0} R_L$ 。

如图 3-16 (c) 直流小信号等效电路图，由 Kirchhoff 定律得

$$v_{in} = (i_L - i_{in}) R_T \quad (1)$$

$$v_{out} = -R_L i_L \quad (2)$$

$$v_{out} - v_{in} = -r_{ds} i_{ds} \quad (3)$$

$$-i_{ds} = i_L - (-g_m v_{in}) \quad (4)$$

(3.99)

将(1)代入(4)得  $i_{ds}$ ，再将  $i_{ds}$ 、(1)、(2)代入(3)得：

$$-R_L i_L - (i_L - i_{in}) R_T = r_{ds} \{ i_L - [-g_m (i_L - i_{in}) R_T] \} \quad (3.100)$$

电流增益  $A_i$  为

$$A_{i0} = \frac{i_L}{i_{in}} = \frac{(1 + g_m r_{ds}) R_T}{R_L + r_{ds} + (1 + g_m r_{ds}) R_T} \quad (3.101)$$

$$\begin{aligned}
 R_L \ll g_m r_{ds} R_T \quad A_i = \frac{i_L}{i_{in}} &= 1 \\
 R_L \gg g_m r_{ds} R_T \quad A_i = \frac{i_L}{i_{in}} &= \frac{g_m r_{ds} R_T}{R_L}
 \end{aligned} \tag{3.102}$$

式 (3.102) 分母中的  $r_{ds} + (1 + g_m r_{ds}) R_T$  是一个很大的电阻, 记为  $R_{Lc}$ , 即

$$R_{Lc} = R_T (1 + g_m r_{ds}) + r_{ds} \tag{3.103}$$

如图 3-17 (a) 所示, 该表达式显示, 对于所有小于  $R_{Lc}$  的电阻  $R_L$ , 电流增益  $A_i$  大约是 1。跨阻  $A_R$  被画在图中, 在达到  $R_{Lc}$  之前, 跨阻  $A_R$  与  $R_L$  成固定比例增加, 达到  $R_{Lc}$  时  $A_R$  达到最大值  $R_{Lc}$ , 此后保持常数。

计算从晶体管输出电阻  $r_{ds}$  流过的电流  $i_{ds}$ 。由直接分析可得,

$$\begin{aligned}
 -i_{ds} &= i_L - (-g_m v_{in}) = i_L + g_m (i_L - i_{in}) R_T \\
 &= (1 + g_m R_T) i_L - g_m R_T i_{in}
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

于是

$$\frac{i_{ds}}{i_{in}} = \frac{R_T (g_m R_L - 1)}{R_L + r_{ds} + (1 + g_m r_{ds}) R_T} \tag{3.105}$$

$$\begin{aligned}
 R_L \ll g_m r_{ds} R_T \quad \frac{i_{ds}}{i_{in}} &= \frac{R_L}{r_{ds}} \\
 R_L \gg g_m r_{ds} R_T \quad \frac{i_{ds}}{i_{in}} &= g_m R_T
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

在图 3-17 (a) 中画出相应曲线。这清楚地显示, 对于大的  $R_L$ , 将会有大电流通过  $r_{ds}$ , 这是由  $g_m v_{gs}$  电流源提供的, 它可以比  $i_{in}$  大得多。这个电流对接下来计算的输入电阻有巨大的影响。

接下来讨论输入电阻, 由于

$$v_{in} = (i_L - i_{in}) R_T \tag{3.107}$$

所以

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{-i_{in}} = \frac{(R_L + r_{ds}) R_T}{R_L + r_{ds} + (1 + g_m r_{ds}) R_T} = R_T \parallel \frac{R_L + r_{ds}}{1 + g_m r_{ds}} \tag{3.108}$$

$$\begin{aligned}
 R_L \ll r_{ds} \quad R_{in} &= \frac{1}{g_m} \\
 r_{ds} < R_L < g_m r_{ds} R_T \quad R_{in} &= \frac{R_L}{g_m r_{ds}} \\
 R_L \gg g_m r_{ds} R_T \quad R_{in} &= R_T
 \end{aligned} \tag{3.109}$$

正如预期, 当负载电阻较小时, 输入阻抗为  $1/g_m$ 。但是, 对于大的负载电阻, 输入

阻抗增加，并且当  $R_L = R_{Lc}$  时，输入阻抗可以达到  $R_T$  这么大。从这个意义上讲，MOS 管本身呈现了一个无限的输入阻抗，以至于源端阻抗是由输入电流源的输出阻抗决定的。这意味着，无法得到缓冲效果，在源端可以清楚地看到大的负载电阻。而且输入阻抗较小（即  $1/g_m$ ），当且仅当  $R_L$  较小。仅仅在一些宽带放大器中是这种情况。在运算放大器类型的电路中，采用有源负载，所以  $R_L$  可以很大。

剩下的有待讨论的唯一特性是输出阻抗  $R_{out}$ 。这二个阻抗是负载电阻  $R_L$  和从漏端看进去的电阻并联。后者已经被计算出，即  $R_{Lc}$ ，输出阻抗因此就是  $A_R$ 。

$$A_R = \frac{V_{out}}{i_{in}} = -\frac{R_L i_L}{i_{in}} = -R_L \frac{(1 + g_m r_{ds}) R_T}{R_L + r_{ds} + (1 + g_m r_{ds}) R_T} \quad (3.110)$$

$$\begin{aligned} R_L \ll g_m r_{ds} R_B \quad |A_R| &= R_L \\ R_L \gg g_m r_{ds} R_B \quad |A_R| &= g_m r_{ds} R_B = R_{Lc} \end{aligned} \quad (3.111)$$

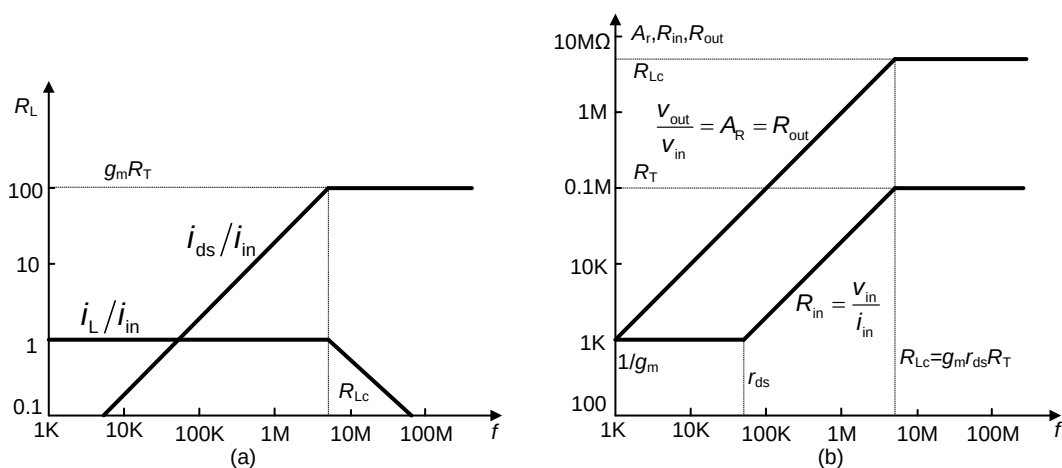
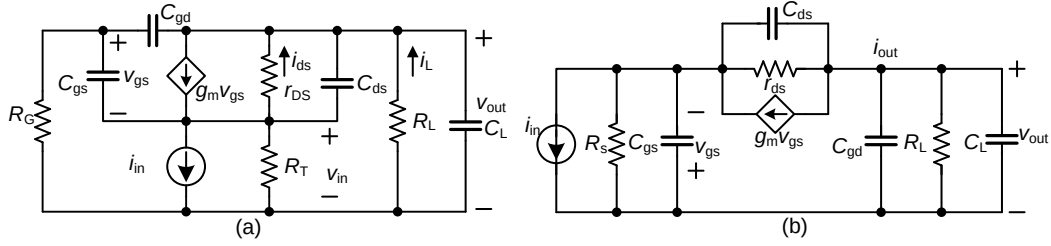


图 3-17 共栅放大器 (a) 电流增益 (b) 电阻水平

### 3.3.2 高频特性

如图 3-18 (a)，现在图中所有电容都必须包括在内，这将带给我们一个三阶的系统。它并不容易衡量，因此我们在试图分析之前要先简化这个电路。

可以通过加上一个大的外接电容使电阻  $R_G$  变小（为了获得较好的高频特性，也会将  $R_G$  尽量做小）。如果  $R_G = 0$ ，电阻  $C_{gd}$  加在  $C_L$  上，变成  $C_L'$ ， $C_{gs}$  变成从源端到地的输入电容，如图 3-18 (b)。现在，这变成了一个可以像之前一样，用零极点图分析的二阶系统。然而，计算极点时，我们将假设只存在一个电容。稍后再决定是否想作出完整的零极点图。


 图 3-18 共栅放大器的小信号等效电路图 (a)  $R_G \neq 0$  (b)  $R_G = 0$ 

### (1) 单独考虑各个电容

对于电容  $C_L'$ ，极点很容易计算，因为时间常数就是简单的  $R_{out}C_L'$ 。从图 3-17 (b) 中推导出以  $R_L$  为变量的极点分布曲线，如图 3-19 所示。 $R_L$  越大，极点频率越低。

另外一个容易计算的极点是和  $C_{gs}$  联系的。这个电容是从源端到地连接的，因此将和  $R_{in}$  一起产生一个极点。它的极点分布曲线也是从图 3-18 中推导出，如图 3-19 所示。除了  $C_L'$  特别小的时候外，这个极点的频率远比  $C_L'$  的极点的频率高。两个极点在  $R_L$  为某值处重合，标记为  $R_{Lu}$ ，

$$R_{Lu} = \frac{1}{g_m} \left( \frac{C_{gs}}{C_L'} \right) \quad (3.112)$$

在这一点处，出现了复数极点对。这是  $C_{gs}$  和  $C_L'$  共振的结果，因此，这一范围应该避免。

$C_{ds}$  造成的极点更难计算。计算这个电阻最简单的方法是如图 3-18 (b) 中在低频下  $C_{ds}$  看到的电阻。这两个电阻是  $r_{ds}$  和一个电阻并联  $1/g_m(1+R_L/R_T)$ 。造成的极点分布如图 3-19 所示。 $C_{ds}$  和  $C_{gs}$  造成的极点大小的数量级一样。除了在  $R_{Lu}$  附近， $C_{ds}$  和  $C_{gs}$  造成复数极点对，对于  $R_L$  的其余大部分值，他们形成非主极点。

从图 3-19 中的零极点图可以明显看出，对于绝大多数  $R_L$  的取值，可以认出一个主极点。在  $R_{Lu}$  附近情况并非如此，会出现两个复数极点。接下来，我们将通过传输函数来分析。

现在将 3 个电容全部考虑在内，讨论共栅放大器的零极点分布情况。通过复杂的演算可以得到电流增益传输函数为：

$$A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}} = A_{i0} \frac{1 + [C_L' R_L + C_{ds} r_{ds} / (1 + g_m r_{ds})] s + C_L' R_L C_{ds} r_{ds} / (1 + g_m r_{ds}) s^2}{1 + as + bs^2} \quad (3.113)$$

其中

$$a = C_L' \frac{R_L R_{Lc}}{R_L + R_{Lc}} + \left[ C_{gs} + \frac{(R_L + R_T) r_{ds}}{(R_L + r_{ds}) R_T} C_{ds} \right] R_T \frac{R_L + r_{ds}}{R_L + R_{Lc}} \quad (3.114)$$

$$b = \frac{C_L'^2 r_{ds} R_L R_T}{R_L + R_{Lc}}$$

类似的方法可以求得

$$Z_{in} = R_{in} \frac{1 + s(C_L' + C_{ds})(r_{ds} \parallel R_L)}{1 + as + bs^2} \quad (3.115)$$

$$Z_{out} = R_{out} \frac{1 + s(C_{gs} + C_{ds})r_{ds}R_T/R_L}{1 + as + bs^2} \quad (3.116)$$

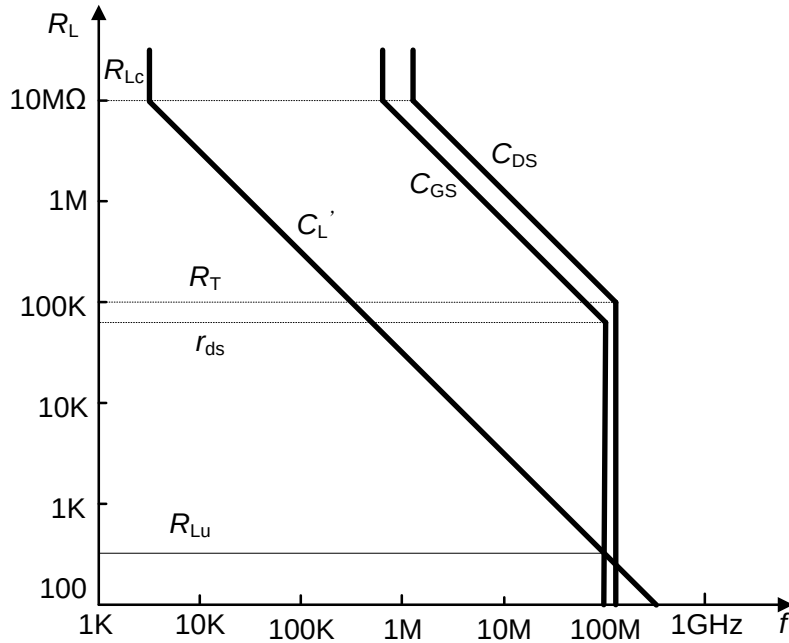


图 3-19  $C_L'$ 、 $C_{gs}$  和  $C_{ds}$  各自形成的极点位置

### (1) 考虑所有电容

首先从分母中  $s$  和  $s^2$  的系数  $a$  和  $b$  入手,分析电容对共栅电路的频率特性的影响。

式 (3.115) 中系数  $a$  的第一项  $C_L' \frac{R_L R_{Lc}}{R_L + R_{Lc}}$  表示输出节点时间常数; 第二项

$\left[ C_{gs} + \frac{(R_L + R_T) r_{ds}}{(R_L + r_{ds}) R_T} C_{ds} \right] R_T \frac{R_L + r_{ds}}{R_L + R_{Lc}}$  表示输入节点时间常数。由电容  $C_{ds}$  前面的系数

$\frac{(R_L + R_T) r_{ds}}{(R_L + r_{ds}) R_T}$  可以看出,如果  $r_{ds}$  和  $R_T$  大小比较接近或者  $R_L$  小于  $r_{ds}$  和  $R_T$ , 那么电容  $C_{ds}$

前面的系数近似为 1。如果  $R_L$  大于  $r_{ds}$  和  $R_T$ , 那么电容  $C_{ds}$  前面的系数近似为  $r_{ds}/R_T$ 。

于是电容  $C_{ds}$  和  $C_{gs}$  对输入节点时间常数的影响大致相同，在同一数量级上。于是由式(3.115)可得主极点为：

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{C_L'(R_L \parallel R_{Lc}) + (C_{gs} + C_{ds})R_T \frac{R_L + r_{ds}}{R_L + R_{Lc}}} \quad (3.117)$$

非主极点为：

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{g_m C_L'}{C'^2} + \frac{C_{gs} + C_{ds}}{C'^2 (r_{ds} \parallel R_L)} \right] \quad (3.118)$$

可以根据  $R_L$  的大小，对主极点  $f_d$  和非主极点  $f_{nd}$  作如下讨论

$$\begin{array}{lll} R_L < R_{Lu} & f_d = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{ds})} & f_{nd} = \frac{1}{2\pi R_L(C_{gs} + C_{ds})} \\ R_{Lu} < R_L < R_{Lc} & f_d = \frac{1}{2\pi R_L C_L'} & f_{nd} = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{ds})} \\ R_L > R_{Lc} & f_d = \frac{1}{2\pi R_{Lc} C_L'} & f_{nd} = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{ds})} \end{array} \quad (3.119)$$

假设两个零点频率距离很远，由式(3.114)可得它们分别为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{C_L' R_L + C_{ds}/g_m} \quad (3.120)$$

$$f_{nz} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{g_m}{C_{ds}} + \frac{1}{C_L' R_L} \right) \quad (3.121)$$

可以根据  $R_L$  的大小，对两个零点作如下讨论

$$\begin{array}{lll} R_L < R_{Lu} & f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{ds}} & f_{nz} = \frac{1}{2\pi R_L C_L'} \\ R_L > R_{Lu} & f_z = \frac{1}{2\pi R_L C_L'} & f_{nz} = \frac{g_m}{2\pi C_{ds}} \end{array} \quad (3.122)$$

由(3.120)和(3.123)可知，当  $R_{Lu} < R_L < R_{Lc}$  时，主极点  $f_d$  和第一个零点  $f_z$  近似相等，相互抵消。在频率升高到遇到非主极点  $f_{nd}$  之前，增益传输函数的幅频曲线保持平坦。非主极点  $f_{nd}$  在此频率范围内始终低于第二个零点  $f_{nz}$ ，并且两者近似保持不变。所以接着增益先遇到非主极点  $f_{nd}$ ，以-20dB/decade 的斜率下降，然后遇到第二个零点  $f_{nz}$ ，此后保持平坦。

当  $R_L > R_{Lc}$  时，第一个零点  $f_{nz}$  低于主极点  $f_d$ ，两者不再相等，所以在较低频率范围内，增益幅频曲线先遇到第一个零点  $f_{nz}$ ，以+20dB/decade 的斜率上升，接着遇到主极点后保持平坦。此时非主极点和第二个零点与  $R_{Lu} < R_L < R_{Lc}$  时的情况一致，不再重复。

综合上述讨论，当  $R_{Lu} < R_L < R_{Lc}$  时，第一个零点和主极点抵消，这将为共栅结构带来非常高的截止频率。当  $R_L > R_{Lc}$  时， $f_d < f_z$ ，低频处的零点和极点无法相互抵消，将会出现随着频率的升高，先遇到零点导致增益增加，接着遇到主极点增益保持恒定，直至遇到非主极点。

上面的讨论都在以下的 Matlab 和 Cadence 仿真中得到了验证。其中 Matlab 仿真和 Cadence 仿真采用的数据有差别，但是可以看出大致趋势是一样的。同时为了突出第一个零点和主极点相消的效果，特别加入了跨阻增益  $A_R$  的 Cadence 仿真。跨阻  $A_R$  的传输函数和电流增益  $A_i$  相比，只少了第一个零点，其余部分完全相同，两者对比可以明显看出第一个零点和主极点抵消的效果。

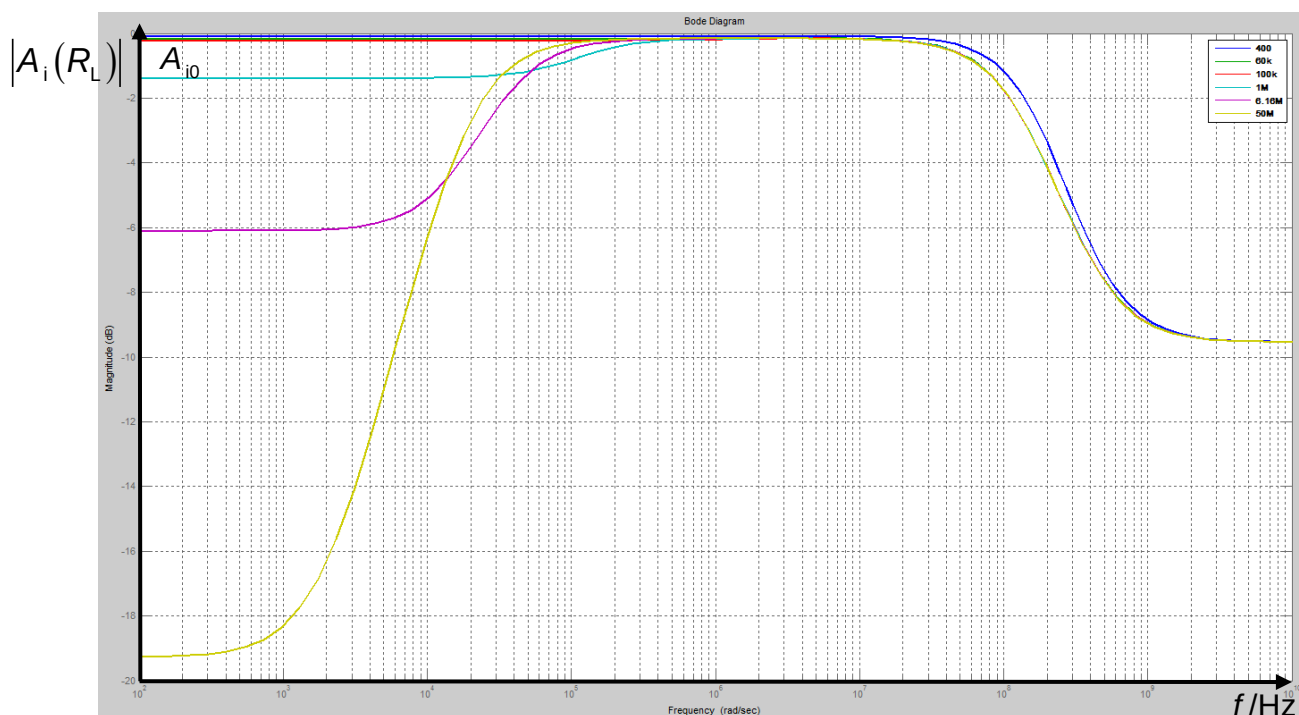


图 3-20 Matlab 仿真得到的以  $R_L$  为变量  $A_i$  的波特图（省略相位部分）

## 单管和双管放大器的频响分析

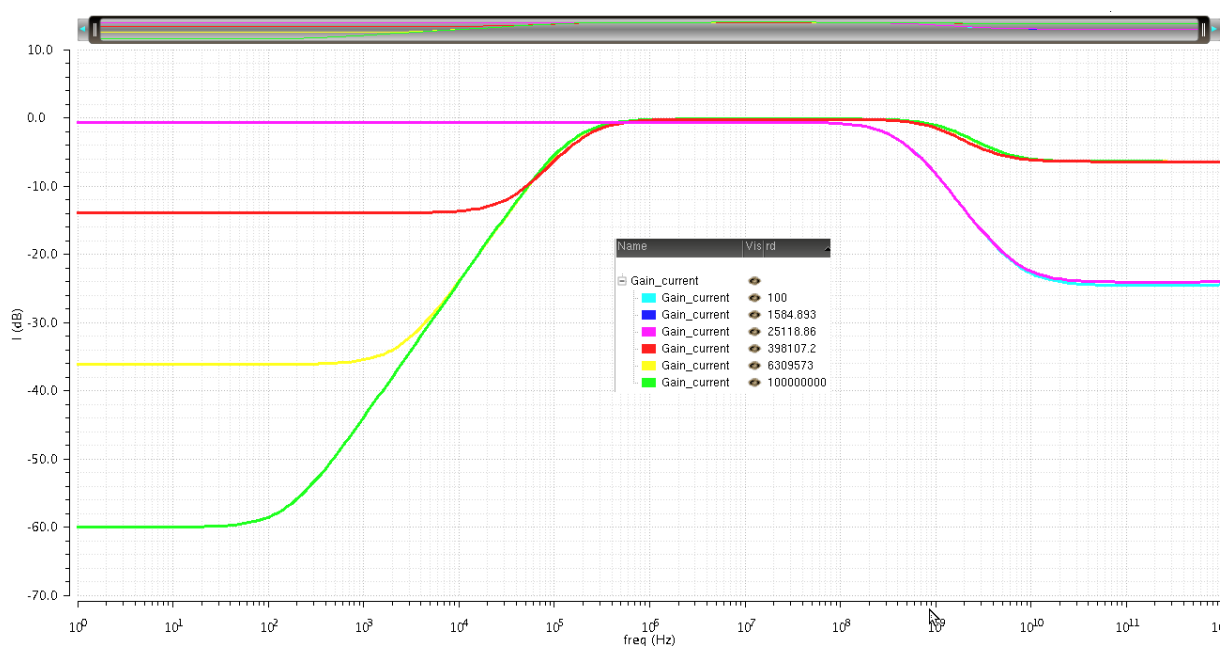


图 3-21 Cadence 仿真得到的以  $R_L$  为变量  $A_i$  的波特图（省略相位部分）

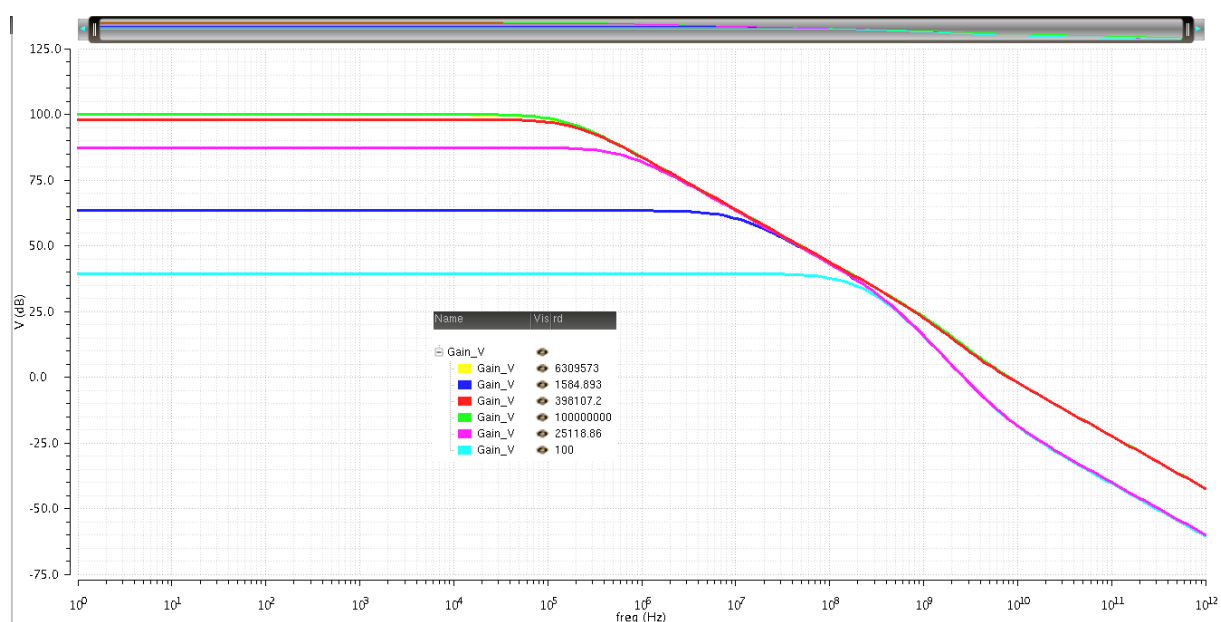


图 3-22 Cadence 仿真得到的以  $R_L$  为变量  $A_R$  的波特图（省略相位部分）



## 第四章 双管放大器的频响分析

上一章中讨论了单管放大器的频响特性，本章将分析双管放大器的频响特性。第一个被讨论的双管放大器是电流镜，常被用作偏置电路和有源负载，是最重要的基本电路之一。接着的是非常著名的反相放大器(在数字电路中的反相器)。然后，讨论共源共栅结构，将对电路中各个电容对频率特性的影响进行深入透彻的分析。最后讨论模拟电路中最重要基本电路单元—差分对。

### 4.1 电流镜（电流放大器）

电流镜在电路中常被用作有源负载，是继差分电路之后最重要的电路单元，我们这里讨论的是简单的 CMOS 电流镜的频响特性。最简单的电流镜如图 4-1 (a) 所示，含有两个相同  $V_{GS}$  的晶体管，其中一个接成二极管形式，由输入电流  $i_{in}$  驱动，另一个提供输出电流，并且阻抗很高。直流电流比例（增益）为

$$A_{i0} = \frac{i_{out}}{i_{in}} = \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \frac{1}{1 + R_L / r_{ds2}} \quad (4.1)$$

电流镜的输入阻抗很小，约为  $1/g_{m1}$ ，可以较好地实现电流信号的前后级耦合；输出阻抗为输出 MOS 管的本征阻抗  $r_{ds2}$ ，可以通过增加沟道长度来增大输出阻抗，但效果有限。如果需要更大的输出阻抗，可以采用其他结构，比如共源共栅电流镜。可以看出，与共栅放大器类似，电流镜也可以实现从低阻抗到高阻抗的转换，除此之外，电流镜还可以实现电流的反相与放大。

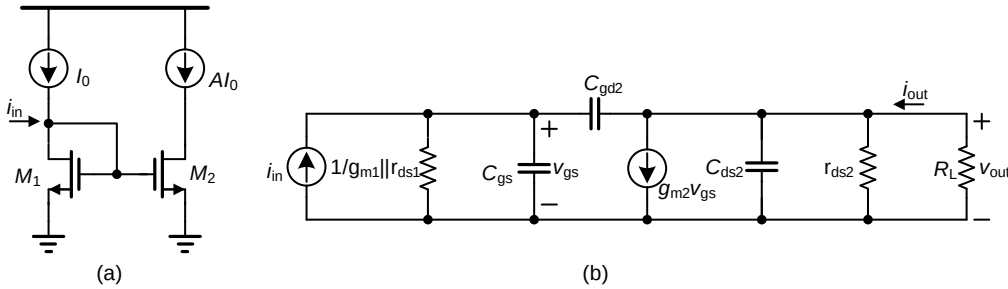


图 4-1 简单电流镜的 (a) 电路图 (b) 小信号等效电路图

#### 4.1.1 电流增益

由节点电压法可得

$$\begin{cases} (g_{m1} + sC_{gs} + sC_{gd2})v_{gs} - sC_{gd2}v_{out} = i_{in} \\ (g_{m2} - sC_{gd2})v_{gs} + \left( sC_{gd2} + sC_{ds2} + \frac{1}{r_{ds2} \parallel R_L} \right) v_{out} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

其中

$$C_{gs} = C_{gs1} + C_{gs2} + C_{ds1} \quad (4.3)$$

所以高频下电流增益为

$$\frac{i_{out}}{i_{in}} = A_{i0} \frac{1 - s \frac{C_{gd2}}{g_{m2}}}{1 + \left\{ \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}} + (R_L \parallel r_{ds2}) \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right] \right\} s + \frac{(R_L \parallel r_{ds2})}{g_{m1}} C^2 s^2} \quad (4.4)$$

电流增益传输函数的零点为

$$f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_{gd2}} \quad (4.5)$$

主极点为

$$f_d = \frac{1}{2\pi \left\{ \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}} + (R_L \parallel r_{ds2}) \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right] \right\}} \quad (4.6)$$

非主极点为

$$f_{nd} = \frac{\frac{C_{gd2} + C_{gs}}{(R_L \parallel r_{ds2})} + g_{m1} \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right]}{2\pi C^2} \quad (4.7)$$

从主极点表达式可知输入节点时间常数为  $\frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}}$ ，输出节点时间常数为

$(R_L \parallel r_{ds2}) \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right]$ ，从输出节点看，反馈电容放大  $1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}}$ ，从输入节点看，

反馈电容没有放大。对于电流型电路，其负载电阻小，又因为  $1/g_{m1}$  比较小，主极点频率会很高，具有较好的频率响应特性。随着电流增益的增加，反馈电容对主极点的影响增大，主极点频率下降。当负载电阻很大时，主极点频率由输出节点时间常数决定，并且随着负载电阻增加而减小。

#### 4.1.2 输入阻抗

$$Z_{in} = \frac{1}{g_{m1}} \frac{1 - s(R_L \parallel r_{ds2})(C_{gd2} + C_{ds2})}{1 + \left\{ \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}} + (R_L \parallel r_{ds2}) \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right] \right\} s + \frac{(R_L \parallel r_{ds2})}{g_{m1}} C^2 s^2} \quad (4.8)$$

由上式易知，输入阻抗的极点和电流增益传输函数相同。

### 4.1.3 输出阻抗

$$Z_{out} = r_{ds2} \frac{1 - s \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}}}{1 + \left\{ \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}} + r_{ds2} \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right] \right\} s + \frac{r_{ds2}}{g_{m1}} C^2 s^2}} \quad (4.9)$$

输出阻抗的主极点为

$$f_d = \frac{1}{2\pi \left\{ \frac{C_{gd2} + C_{gs}}{g_{m1}} + r_{ds2} \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right] \right\}} \quad (4.10)$$

由于  $1/g_{m1} \ll r_{ds2}$ , 主极点可以近似为:

$$f_d \approx \frac{1}{2\pi r_{ds2} \left[ C_{ds2} + \left( 1 + \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \right) C_{gd2} \right]} \quad (4.11)$$

## 4.2 反相放大器

如图 4-2 (a) 所示, 反相放大器既可以用作数字电路中的反相器, 也可以用作模拟放大器, 两者偏置在不同的工作点。略过直流特性, 我们来讨论其频率响应特性。

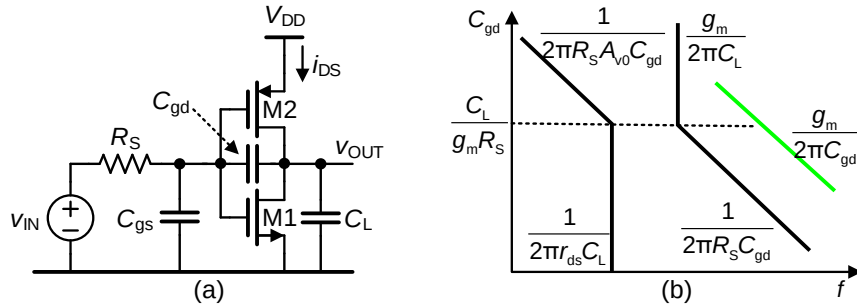


图 4-2 (a) 反相放大器电路图 (b) 以  $C_{gd}$  为变量零极点图

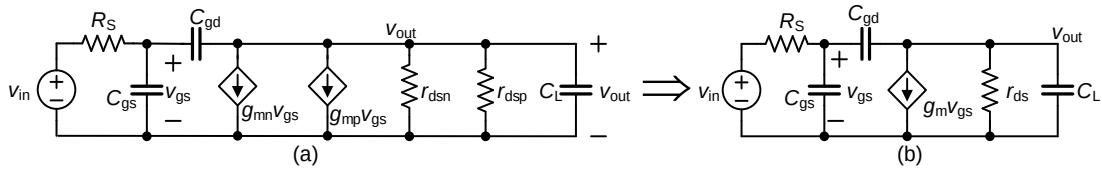


图 4-3 反相放大器小信号等效电路图 (a) 化简前 (b) 化简后

如果将所有电容考虑在内, 画出小信号等效电路图如图 4-3 (a) 所示, 然后可以等效为图 4-3 (b) 所示的小信号等效电路图。利用节点电压法:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{R_S} + sC_{gs} + sC_{gd} \right) v_{gs} - sC_{gd} v_{out} = \frac{v_{in}}{R_S} \\ \left( g_m - sC_{gd} \right) v_{gs} + \left( \frac{1}{r_{ds}} + sC_L + sC_{gd} \right) v_{out} = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

其中

$$\begin{aligned} g_m &= g_{mn} + g_{mp} \\ r_{ds} &= r_{dsn} \parallel r_{dsp} \\ C_{gd} &= C_{gdn} + C_{gdp} \\ C_{gs} &= C_{gsn} + C_{gsp} \end{aligned} \quad (4.13)$$

可以解出传输函数为

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-(g_m - sC_{gd})/R_S}{(1/R_S + sC_{gs} + sC_{gd})(1/r_{ds} + sC_L + sC_{gd}) + sC_{gd}(g_m - sC_{gd})} \quad (4.14)$$

即

$$A_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{g_m r_{ds}(1 - sC_{gd}/g_m)}{1 + s[r_{ds}C_L + R_S C_{gs} + (r_{ds} + (1 + g_m r_{ds})R_S)C_{gd}] + s^2 R_S r_{ds} C^2} \quad (4.15)$$

主极点为

$$f_d = -\frac{1}{2\pi[r_{ds}C_L + R_S C_{gs} + (r_{ds} + (1 + g_m r_{ds})R_S)C_{gd}]} \quad (4.16)$$

为了直观地理解上式的意义，考虑以下几种情况：

只有输出端存在一个大的负载电容  $C_L$ ，很容易确定

$$f_d = \frac{1}{2\pi r_{ds} C_L} \quad (4.17)$$

如果源电阻  $R_S$  也比较大，那么输入电容  $C_{gs}$  产生另外的时间常数  $R_S C_{gs}$ ，产生非主极点

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi R_S C_{gs}} \quad (4.18)$$

如果  $R_S$  非常大，那么非主极点逐渐起主要作用，当  $R_S C_{gs} > r_{ds} C_L$  时，主极点变为

$$f_d = \frac{1}{2\pi R_S C_{gs}} \quad (4.19)$$

如果可以忽略  $R_S C_{gs}$ ，则式(4.15)可以化简为

$$A_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{g_m r_{ds}(1 - sC_{gd}/g_m)}{1 + s(r_{ds}C_L + A_{V0}R_S C_{gd}) + s^2 R_S r_{ds} C_{gd} C_L} \quad (4.20)$$

其中  $A_{V0} = g_m r_{ds}$ ，如果  $R_S$  和增益都比较大，非主极点可能由时间常数  $A_{V0} R_S C_{gd}$  决定。

当  $R_S$  和  $C_{gd}$  非常大时，甚至主极点由  $A_{V0} R_S C_{gd}$  决定。如图 4-3 (b)所示，以  $C_{gd}$  为变量作增益的零极点图。由式(4.20)可以求出 Miller 效应起主要作用的临界值  $C_{gdt}$

$$-\frac{1}{2\pi r_{ds} C_L} = -\frac{1}{2\pi R_S A_{V0} C_{gdt}} \Rightarrow C_{gdt} = \frac{C_L}{g_m R_S} \quad (4.21)$$

根据  $C_{gd}$  和  $C_{gdt}$  的大小关系，可以分类如下

输出端时间常数起主要作用

$$C_{gd} \ll C_{gdt} \quad f_d = -\frac{1}{2\pi r_{ds} C_L} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi R_S C_{gd}} \quad (4.22)$$

Miller 效应起主要作用

$$C_{gd} \gg C_{gdt} \quad f_d = -\frac{1}{2\pi R_S A_{v0} C_{gd}} \quad f_{nd} = -\frac{g_m}{2\pi C_L} \quad (4.23)$$

由式还可以求出非主极点和零点分别为

$$f_{nd} = -\frac{r_{ds} C_L + R_S C_{gs} + (r_{ds} + (1+g_m r_{ds}) R_S) C_{gd}}{2\pi R_S r_{ds} C^2} \quad (4.24)$$

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}} \quad (4.25)$$

可见，非主极点处在较高的频率，零点处在非常高的频率。

### 4.3 共源共栅结构

#### 4.3.1 以反馈的角度理解共源共栅结构的高输出阻抗

共源共栅结构的本质特征之一是高输出阻抗。除了求解小信号等效电路这种方法外，将共源共栅结构看作一个负反馈环路，这个特性将更加直观而明显。

在共源共栅结构中，共栅级  $M_2$  管是输出节点  $B$  和电路中间节点  $A$  之间的反馈路径。该反馈是存在于器件“内部”，可能称其为“自举”更合适。考虑在节点  $B$  上施加一个测试电流  $i_x$ ，最初将流过  $r_{ds2}$ ，使电压  $V_A$  升高。如果  $M_1$  管没有输入信号的话， $V_A = i_x r_{ds1}$ 。然而， $V_A$  将驱动  $M_2$  管，并且产生一个跨导电流  $I_{ds}(M_2) = -g_{m2} V_A$ 。除了外部施加的测试电流  $i_x$ ，这个电流  $I_{ds}$  也被强制流过  $r_{ds2}$ 。

$$V_x = V_B = V_A + (i_x + g_{m2} V_A) r_{ds2} \Rightarrow \frac{V_x}{i_x} = r_{ds1} + (1 + g_{m2} r_{ds1}) r_{ds2} \quad (4.26)$$

这意味着对应于测试电流  $i_x$  的是一个大的电压摆幅  $V_x$ ，即暗示着大的输出电阻。物理上，由于  $r_{ds}$  的存在而产生的对  $M_2$  管的跨导激励，造成了一个强制流过  $r_{ds2}$  的大电流，这是因为  $M_2$  管漏端理想电流源的限制，因此自举了节点  $B$  的电压。这个反馈环路事实上是存在于  $M_2$  管的内部，并且实际上是器件内部沟道长度调制效应造成的。这个反馈不会扩展到  $M_2$  管的外部，这是因为 KCL 要求流入  $M_1$  管的电流必须始终等于  $i_x$ ，与  $M_2$  管无关。

共源共栅结构常被用作提高电路增益，但是这仅限于在低频情况下有效。因为共源

共栅的增益带宽积与单级放大器相同，在提高低频增益的同时，带宽在相应地减小。

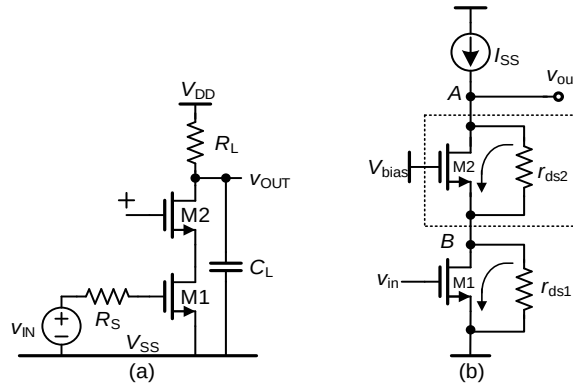


图 4-4 共源共栅结构的高输出阻抗

宽带放大器增益较小，带宽被推到较高频率，为此负载电阻往往很小。如图所示， $M_1$  管的输出阻抗很高（从  $M_1$  管漏极看进去），但是，如果  $R_L$  较小的话， $M_2$  管输入阻抗很低（从  $M_2$  管源极看进去）。因此两个 MOS 管相互隔离得很好，可以分别单独地为每个 MOS 管进行小信号计算。 $M_2$  管的输入阻抗是  $M_1$  管的负载； $M_1$  管的输出阻抗是  $M_2$  管的“源内阻”。 $M_2$  管的输入阻抗在较大频率范围内都是  $1/g_{m2}$ ，所以  $M_1$  的漏端是低阻节点， $M_1$  管的最重要的极点在输入节点上。实际上，截止频率为

$$f_d = \frac{1}{2\pi R_S (C_{gs} + M_c C_{gd})} \quad (4.27)$$

其中

$$M_c = 1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m2} R_S} \quad (4.28)$$

$M_1$  管从栅极到漏极的增益即为 Miller 效应  $M_c$ ，约为  $g_{m1}/g_{m2}$ ，典型值为 1~3， $M_c C_{gd}$  比较小，因此实际上 Miller 效应可以忽略。这是共源共栅结构的主要优点，反馈电容仅仅乘以 1~3 的系数（取决于实际的  $g_m$  值），而不是乘以总的增益。 $M_2$  管的最重要的极点在漏端，漏端阻抗较高，时间常数为  $R_L C_L$ ，这与共源放大器和共栅放大器类似。

对整个共源共栅结构来说，哪个极点是主极点取决于  $R_L$  和  $R_S$  的相对大小。如果负载电阻  $R_L$  是有源负载，主极点最可能在  $M_2$  的漏端，这阶电路传输高增益。第二个极点发生在输入节点。而且，较远的第三个极点出现在中间节点，使事情更加复杂化。增益、带宽和稳定性必须更加进一步地检查。

为了简单起见，先假设是以直流电流源作为负载，稍后我们在考虑负载电阻的大小对频响特性的影响。

### 4.3.2 Miller 效应

可以预见当输入源电阻较大时,会产生  $M_1$  管的 Miller 效应。假设  $M_1$  管的栅极和漏极之间的反馈电容为  $C_M$ , 现在我们来考察一下电路主极点是由  $C_M$  还是  $C_L$  产生的。考虑  $C_M$  的共源共栅结构及其小信号等效电路图如图 4-5 所示, 下面进行分析。

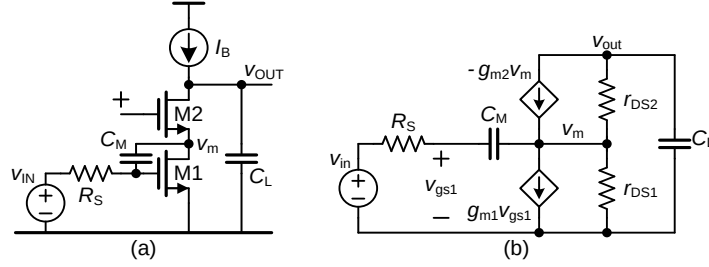


图 4-5 考虑  $C_M$  (a) 电路图 (b) 小信号等效电路图

在中间节点  $V_m$ , 运用 KCL 定律可以得到

$$\frac{V_m - V_{in}}{R_S + 1/sC_M} + g_{m1} \left( \frac{V_m - V_{in}}{R_S + 1/sC_M} R_S + V_{in} \right) + \frac{V_m}{r_{ds1}} = -\frac{V_{out}}{1/sC_L} \quad (4.29)$$

在输出节点  $V_{out}$ , 运用 KCL 定律可以得到

$$\frac{V_{out} - V_m}{r_{ds2}} + (-g_{m2}V_m) = -\frac{V_{out}}{1/sC_L} \quad (4.30)$$

将上式变换得,

$$(g_{m2} + \frac{1}{r_{ds2}})V_m = \frac{V_{out}}{1/sC_L} + \frac{V_{out}}{r_{ds2}} \quad (4.31)$$

即

$$V_m = \frac{1 + sr_{ds2}C_L}{1 + g_{m2}r_{ds2}} V_{out} \quad (4.32)$$

将式 (5.32) 带入式 (5.29) 求得增益为

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -g_{m1}r_{ds1}(1 + g_{m2}r_{ds2}) \frac{(1 - sC_M/g_{m1})}{1 + as + bs^2} \quad (4.33)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= [r_{ds1} + (1 + g_{m1}r_{ds1})R_S]C_M + [r_{ds2} + (1 + g_{m2}r_{ds2})r_{ds1}]C_L \\ b &= \{r_{ds1}r_{ds2} + R_S[(1 + g_{m1}r_{ds1})r_{ds2} + (1 + g_{m2}r_{ds2})r_{ds1}]\}C_MC_L \end{aligned} \quad (4.34)$$

零点

$$f_z = \frac{g_{m1}}{2\pi C_M} \quad (4.35)$$

主极点

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{A_{V1}R_S C_M + A_{V2}r_{ds1}C_L} \quad (4.36)$$

非主极点

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \frac{A_{V1}R_S C_M + A_{V2}r_{ds1}C_L}{[1 + R_S(g_{m1} + g_{m2})]r_{ds1}r_{ds2}C_M C_L} \quad (4.37)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{V1} &= g_{m1}r_{ds1} \\ A_{V2} &= g_{m2}r_{ds2} \end{aligned} \quad (4.38)$$

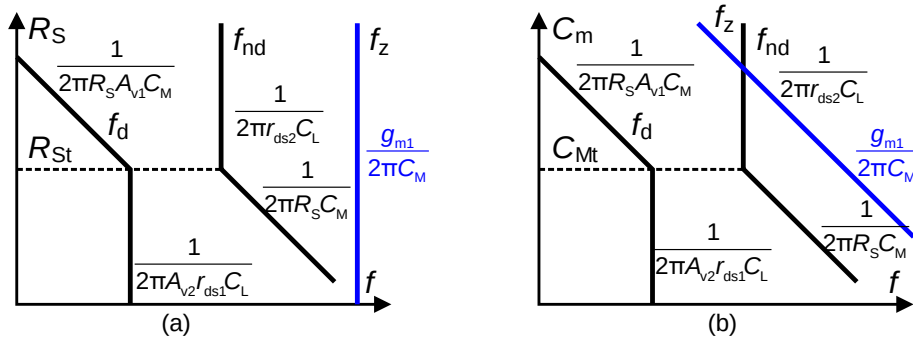


图 4-6 零极点位置图 (a) 以  $R_S$  为变量 (b) 以  $C_M$  为变量

### (1) 零极点与 $R_S$ 的关系

以  $R_S$  为变量，求出 Miller 效应起作用时的  $R_S$  的临界值  $R_{St}$

$$A_{V2}r_{ds1}C_L = A_{V1}R_{St}C_M \Rightarrow R_{St} = r_{ds2} \frac{C_L}{C_M} \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \quad (4.39)$$

因为通常  $C_M$  是稍大于  $C_{gd}$ ，而负载电容  $C_L$  比  $C_M$  大很多，所以  $R_{St}$  在几十  $M\Omega$  数量级。根据  $R_S$  的大小，可以作如下讨论

$$R_S < R_{St} \Rightarrow f_d = -\frac{1}{2\pi A_{V2}r_{ds1}C_L} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi R_S C_M} \quad (4.40)$$

$$R_S > R_{St} \Rightarrow f_d = -\frac{1}{2\pi R_S A_{V1}C_M} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi r_{ds2}C_L} \quad (4.41)$$

式 (4.40) 表示当  $R_S$  较小时，由负载电容  $C_L$  产生主极点  $f_d$ ，且主极点  $f_d$  大小取决于负载电容  $C_L$  和输出电阻  $A_{V2}r_{ds1}$ 。非主极点取决于时间常数  $R_S C_M$ 。式(4.41)表示当  $R_S$  较大时， $C_M$  产生的 Miller 效应起主要作用，主极点  $f_d$  随电阻  $R_S$  的增大而降低。

### (2) 零极点与 $C_M$ 的关系

类似地，以  $C_M$  为变量，可以求出 Miller 效应起作用时的  $C_M$  的临界值  $C_{Mt}$ ，这里略加讨论



$$A_{V2}r_{ds1}C_L = A_{V1}R_S C_{Mt} \Rightarrow C_{Mt} = C_L \frac{r_{ds2}}{R_S} \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \quad (4.42)$$

当  $C_M$  较小时,

$$f_d = -\frac{1}{2\pi A_{V2}r_{ds1}C_L} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi R_S C_M} \quad (4.43)$$

当  $C_M$  较大时,

$$f_d = -\frac{1}{2\pi R_S A_{V1}C_M} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi r_{ds2}C_L} \quad (4.44)$$

### 4.3.3 中间节点电容 $C_m$

除了 Miller 电容  $C_m$  和负载电容  $C_L$ , 中间节点到地的电容

$$C_m = C_{ds1} + C_{ds2} \quad (4.45)$$

这两个电容并不很小,  $C_m$  也可能发挥重要作用, 产生重要的极点。

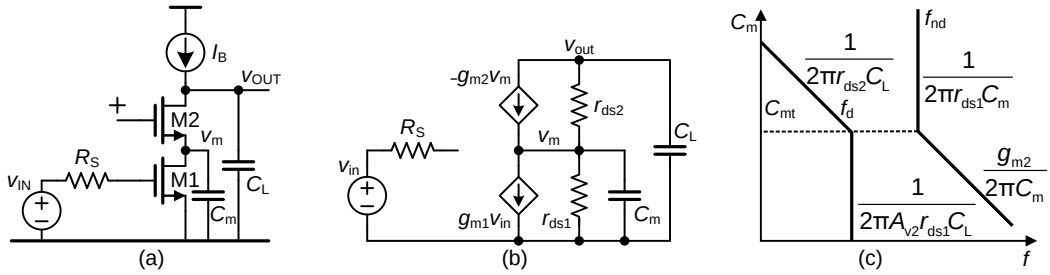


图 4-7 考虑电容  $C_m$  (a) 电路图 (b) 小信号等效电路图 (c) 零极点位置图

用类似的方法可以得到其增益为:

$$A_V = -g_{m1}r_{ds1}(1 + g_{m2}r_{ds2}) \frac{1}{1 + as + bs^2} \quad (4.46)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= r_{ds1}C_m + [r_{ds2} + (1 + g_{m2}r_{ds2})r_{ds1}]C_L \\ b &= r_{ds1}r_{ds2}C_mC_L \end{aligned} \quad (4.47)$$

主极点

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r_{ds1}C_m + A_{V2}r_{ds1}C_L} \quad (4.48)$$

非主极点

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{ds2}C_L} + \frac{g_{m2}}{C_m} \right) \quad (4.49)$$

以  $C_m$  为变量, 求出发作用时的  $C_m$  的临界值  $C_{mt}$

$$r_{ds1}C_{mt} = A_{V2}r_{ds1}C_L \Rightarrow C_{mt} = A_{V2}C_L \quad (4.50)$$

根据  $C_m$  的大小,可以作如下讨论

$$C_m < C_{mt} \Rightarrow f_d = -\frac{1}{2\pi A_{v2} r_{ds1} C_L} \quad f_{nd} = -\frac{g_{m2}}{2\pi C_m} \quad (4.51)$$

$$C_m > C_{mt} \Rightarrow f_d = -\frac{1}{2\pi r_{ds1} C_m} \quad f_{nd} = -\frac{1}{2\pi r_{ds2} C_L} \quad (4.52)$$

式(4.51)表示当  $C_m$  较小时,由负载电容  $C_L$  产生主极点  $f_d$ ,且主极点  $f_d$  大小取决于负载电容  $C_L$  和输出电阻  $A_{v2} r_{ds1}$ 。非主极点  $f_{nd}$  取决于时间常数  $C_m/g_{m2}$ ,如果  $g_{m1}$  与  $g_{m2}$  接近,因为负载电容  $C_L$  比  $C_m$  大很多,那么非主极点  $f_{nd}$  比增益带宽积 GBW 大很多。式(4.52)表示当  $C_m$  较大时,时间常数  $r_{ds1} C_m$  起主要作用,决定主极点  $f_d$ 。但这不太可能发生,因为  $A_{v2} C_L$  是非常大的电容,  $C_m$  远小于该值。

#### 4.3.4 共源共栅的深入讨论--电阻负载

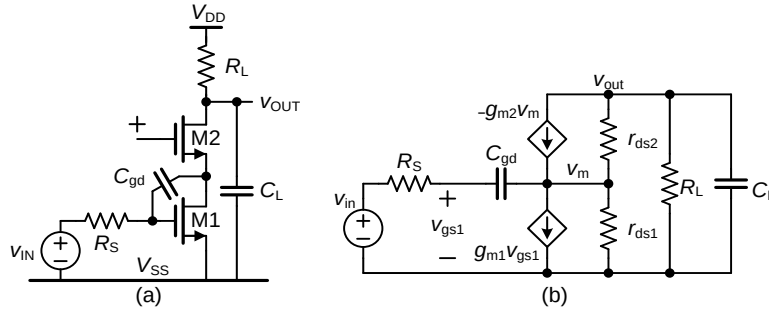


图 4-8 有限负载的共源共栅结构 (a) 电路图 (b) 小信号等效电路图

理想的直流电流源并不存在,考虑负载电阻为  $R_L$  时,可以得到增益为

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -g_{m1} r_{ds1} (1 + g_{m2} r_{ds2}) R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_{m1}}{c + as + bs^2} \quad (4.53)$$

其中

$$\begin{aligned} c &= R_L + r_{ds2} + (1 + g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1} \\ a &= \left\{ R_L [r_{ds1} + (1 + g_{m1} r_{ds1}) R_S] + r_{ds1} r_{ds2} + R_S [(1 + g_{m1} r_{ds1}) r_{ds2} + (1 + g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1}] \right\} C_{gd} \\ &\quad + R_L [r_{ds2} + (1 + g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1}] C_L \\ b &= R_L \left\{ r_{ds1} r_{ds2} + R_S [(1 + g_{m1} r_{ds1}) r_{ds2} + (1 + g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1}] \right\} C_{gd} C_L \end{aligned} \quad (4.54)$$

也可以表示为

$$A_v = -G_m \left\{ R_L \parallel [r_{ds2} + (1 + g_{m2} r_{ds2}) r_{ds1}] \right\} \frac{(1 - sC_{gd}/g_{m1})}{1 + \frac{a}{c}s + \frac{b}{c}s^2} \quad (4.55)$$

其中前半部分表示直流增益,后半部分表示频率响应特性。

作一些近似  $g_{m2}r_{ds2} \gg 1, g_{m1}r_{ds1} \gg 1$ , 那么, 式 (4.55) 可以化简为

$$A_V = -g_{m1}r_{ds1}g_{m2}r_{ds2}R_L \frac{(1 - sC_{gd}/g_{m1})}{c + as + bs^2} \quad (4.56)$$

其中

$$\begin{aligned} c &= R_L + g_{m2}r_{ds2}r_{ds1} \\ a &= [R_L(r_{ds1} + g_{m1}r_{ds1}R_S) + r_{ds1}r_{ds2} + R_S(g_{m1} + g_{m2})r_{ds1}r_{ds2}]C_{gd} + R_Lg_{m2}r_{ds2}r_{ds1}C_L \\ b &= R_L[r_{ds1}r_{ds2} + R_S(g_{m1} + g_{m2})r_{ds1}r_{ds2}]C_{gd}C_L \end{aligned} \quad (4.57)$$

为了考察 Miller 效应, 我们将式 (4.53) 重新整理为导纳的函数即

$$A_V = -\frac{g_{m1}g_{m2}(1 - sC_{gd}/g_{m1})}{(g_{o1}g_{o2} + g_{m2}G_L) + (g_{m2}G_L + g_{gd}C_{gd})s + F_S C_{gd}C_L s^2} \quad (4.58)$$

其中

$$\begin{aligned} g_{gd} &= F_S G_L + (1 + g_{m1}R_S)g_{o2} \\ F_S &= 1 + M_C g_{m2}R_S \\ M_C &= 1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \end{aligned} \quad (4.59)$$

零点:

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gd}} \quad (4.60)$$

主极点:

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{o1}g_{o2} + g_{m2}G_L}{g_{m2}C_L + g_{gd}C_{gd}} \quad (4.61)$$

非主极点:

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{m2}C_L + g_{gd}C_{gd}}{F_S C_{gd}C_L} \quad (4.62)$$

将式 (4.59) 带入式 (4.61) 和式 (4.62) 可得

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{o1}g_{o2} + g_{m2}G_L}{g_{m2}C_L + [(1 + M_C g_{m2}R_S)G_L + (1 + g_{m1}R_S)g_{o2}]C_{gd}} \quad (4.63)$$

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \frac{g_{m2}C_L + [(1 + M_C g_{m2}R_S)G_L + (1 + g_{m1}R_S)g_{o2}]C_{gd}}{(1 + M_C g_{m2}R_S)C_{gd}C_L} \quad (4.64)$$

下面我们按照  $C_L$  和  $C_{gd}$  的大小关系来进行讨论

(1) 当  $C_L > C_{gd}$  时, 以  $G_L$  为变量, 可以将极点近似为

$$f_d = \frac{g_{o1}g_{o2}}{2\pi g_{m2}C_L} \frac{1 + G_L \frac{g_{m2}}{g_{o1}g_{o2}}}{1 + G_L M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L}} \quad (4.65)$$

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}} \left( 1 + G_L M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L} \right) \quad (4.66)$$

主极点：

当  $R_L < M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L}$  时,  $f_d = \frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$ , 且  $R_L$  继续减小时,  $f_d$  保持固定值  $\frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$

不变; 当  $M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L} < R_L < g_{m2}r_{ds1}r_{ds2}$  时,  $f_d = \frac{g_{o1}g_{o2}}{2\pi g_{m2}C_L} \left( 1 + G_L \frac{g_{m2}}{g_{o1}g_{o2}} \right)$ , 随着  $R_L$  增大 (即

$G_L$  减小),  $f_d$  以相对于  $G_L$  固定比例减小; 当  $R_L > g_{m2}r_{ds1}r_{ds2}$  时,  $f_d = \frac{g_{o1}g_{o2}}{2\pi g_{m2}C_L}$ , 且  $R_L$  继

续增大时,  $f_d$  保持固定值  $\frac{g_{o1}g_{o2}}{2\pi g_{m2}C_L}$  不变。

非主极点：

当  $R_L > M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L}$  时,  $f_{nd} = \frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$ , 且  $R_L$  继续增大时,  $f_{nd}$  保持固定值  $\frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$

不变; 当  $R_L < M_C R_S \frac{C_{gd}}{C_L}$  时,  $f_{nd} = \frac{1}{2\pi R_L C_L}$ , 随着  $R_L$  减小,  $f_{nd}$  (在对数坐标中) 线性增

大。

(2) 当  $C_{gd} > C_L$  时, 为方便讨论, 假设此时  $R_S = \frac{C_{gd}}{C_L}$

当  $R_L > g_{m2}r_{ds1}r_{ds2}$  时,  $f_d = \frac{1}{2\pi(1 + g_{m1}R_S)r_{ds1}C_{gd}}$ , 且  $R_L$  继续增大时,  $f_d$  保持固定值

$\frac{1}{2\pi(1 + g_{m1}R_S)r_{ds1}C_{gd}}$  不变; 当  $r_{ds2} < R_L < g_{m2}r_{ds1}r_{ds2}$  时,  $f_d = \frac{1 + g_{m2}r_{ds1}r_{ds2}G_L}{2\pi(1 + g_{m1}R_S)r_{ds1}C_{gd}}$ , 随着

$R_L$  增大 (即  $G_L$  减小),  $f_d$  以相对于  $G_L$  固定比例减小; 并且, 与  $C_L > C_{gd}$  时相比, 两者变

化的斜率之比为  $\text{ratio} = \frac{C_{gd}}{C_L} \frac{g_{m2}r_{ds2}}{g_{m1}R_S}$ ; 当  $R_L < r_{ds2}$  时,  $f_d = \frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$ ,  $R_L$  继续减小时,

$f_d$  保持固定值  $\frac{1}{2\pi M_C R_S C_{gd}}$  不变;

经过上面的详细讨论, 以  $R_L$  为变量, 作出  $C_L > C_{gd}$  时的零极点图如图所示, 上面标注了一些特征点的频率。很明显, 只有当  $R_L$  很小, 即小于  $R_{Lc}$  (约为  $R_S M_C C_{gd} / C_L$ ) 时, 才需要考虑  $C_{gd}$  的 Miller 效应。但是, 实际情况中并不是这样, 因为这会导致增益过小。另一方面, 经过上面的讨论可知, 如果输出节点的电容  $C_L$  很小 (即  $C_{gd} > C_L$ ), 那么将是另外一种情景。在图中给出了  $C_{gd} > C_L$  时的零极点图。为了方便对比, 图中  $C_L > C_{gd}$  的主极点图直接取自图中。从图中显示的比例

$$\text{ratio} = \frac{C_{gd}}{C_L} \frac{g_{m2} r_{ds2}}{g_{m1} R_S} \quad (4.67)$$

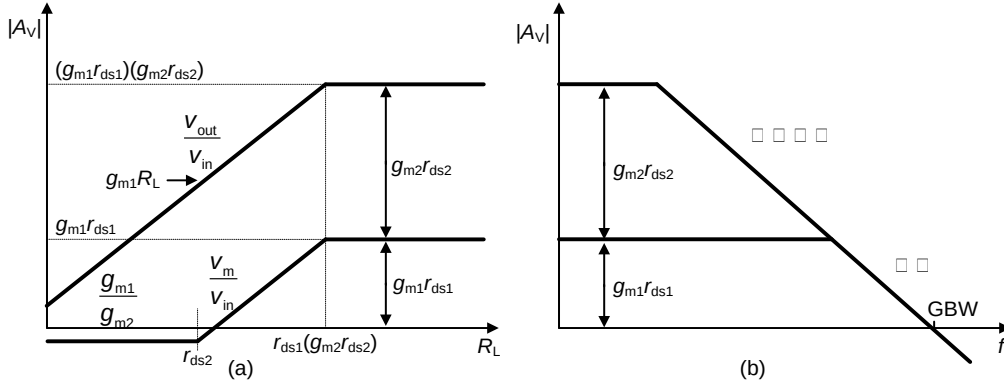
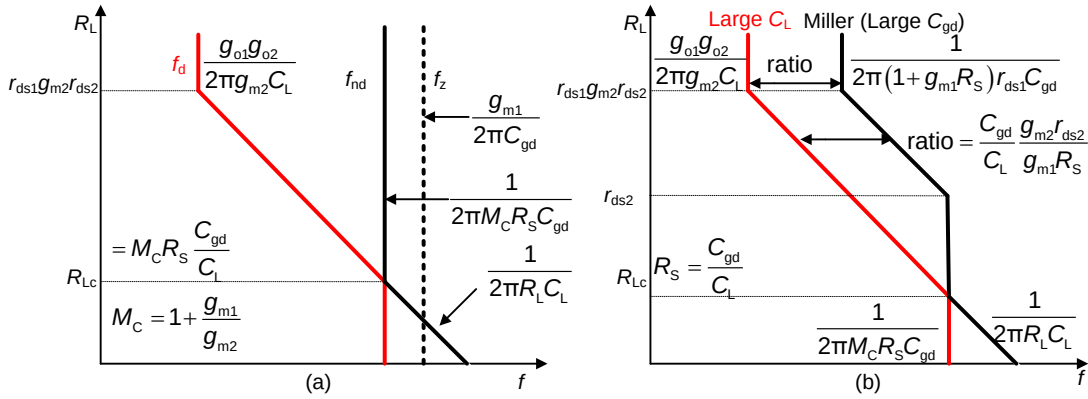
可以看出, 是  $C_{gd}$  和  $C_L$  中的哪一个决定主极点将依赖于具体数值。通常情况下,  $C_L$  更大, 图中的情况是正确可靠的。

从图中可以推导出正确的设计步骤。为了确保稳定性, 必须保证非主极点在单位增益频率之外。因为有三个节点, 将得到一个三阶系统, 所以必须在图中的极点分布增加另外两个电容的影响。分别是输入节点到地的电容  $C_{gs1}$ , 和从中间节点到地的电容  $C_m = C_{ds1} + C_{gs2}$ 。下面我们只考虑两种最极端的情况, 即  $R_L$  很小 ( $< r_{ds2}$ ) 和  $R_L$  很大 ( $> g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}$ ), 并且总是假设  $C_L$  是主要的。

当  $R_L$  很小时, 如图所示, 有两个极点和一个零点, 可以简单地将电容  $C_{gs1}$  加到  $C_{gd1}$  上。显然, 这时, 在  $R_{Lc} = R_S M_C C_{gd} / C_L$  附近两个极点重合。因此这种情况应该避免。当  $R_L$  很大时, 有一个主极点和一个非主极点, 必须确保两者充分分离。非主极点必须在 3 倍的单位增益频率之外。于是需要满足条件:

$$\frac{C_L}{C_{gd}} \geq 3g_{m1} M_C R_S \quad (4.68)$$

可以得出结论, 绝大多数 Cascode 是两个极点系统。可以利用  $C_L$  和  $R_L$  的值来设定增益和增益带宽积。


 图 4-9 (a)  $R_L$  对直流增益的影响 (b)  $R_L$  对幅频特性的影响

 图 4-10 (a)  $C_L \gg C_{gd}$  对直流增益的影响 (b)  $R_L$  对幅频特性的影响

#### 4.4 差分对

毫无疑问，差分对是最重要的模拟电路基本单元，它是运放和大多数集成滤波器的输入级。差分对主要有两个相同的（或者匹配的）晶体管构成，如图 4-11(a)所示，由两个相同的 MOS 管 M1、M2 和一个电流源（M3 管，提供偏置电流  $I_{ss}$ ）构成。下面我们来研究差分对的差模信号和共模信号的频率特性。

如图 4-11(b)所示，可以看出对差模信号的响应，差分对与共源放大器是相同的，会有电容  $C_{gd}$  的 Miller 乘积项，这已经在前面详细讨论过。值得注意的是，由于差分信号  $+V_{in}/2$  和  $-V_{in}/2$  均与相同的传输函数相乘，在  $V_{in}/V_{out}$  中的极点数目等于一条通路中的极点数目而不是两条通路中极点数目之和。

对于共模信号，由 4-11(c)中的节点 P 的总电容  $C_P$  决定高频增益。电容  $C_P$  可能相当大，特别是当 M1~M3 是宽晶体管时，比如为了减小 M3 工作在饱和区所需要的漏源电压，通常要求 M3 的宽度较大。如果仅考虑 M1 和 M2 的失配，易知高频共模增益为

$$A_{CM-DM} = -\frac{\Delta g_m R_D}{1 + (g_{m1} + g_{m2})r_{o3}} \quad (4.69)$$

如果忽略其他电容, 仅考虑  $C_P$  和每个输出节点看到的总电容  $C_L$ , 分别以  $r_{o3} \parallel (1/sC_P)$

和  $R_D \parallel (1/sC_L)$  代替式中的  $r_{o3}$  和  $R_D$ ，可以得到高频共模电压增益为

其中

$$\begin{aligned}\omega_z &= 1/(R_D C_L) \\ \omega_0 &= 1/(r_{03} C_P)\end{aligned}\tag{4.72}$$

由上式可以看出，如果输出节点时间常数  $R_{DCL}$  小于 P 点时间常数  $r_{03}C_P$ ，即零点  $\omega_z$  比极点  $\omega_p$  更大，那么电路的高频共模增益会增大很多，导致共模抑制比下降很多。

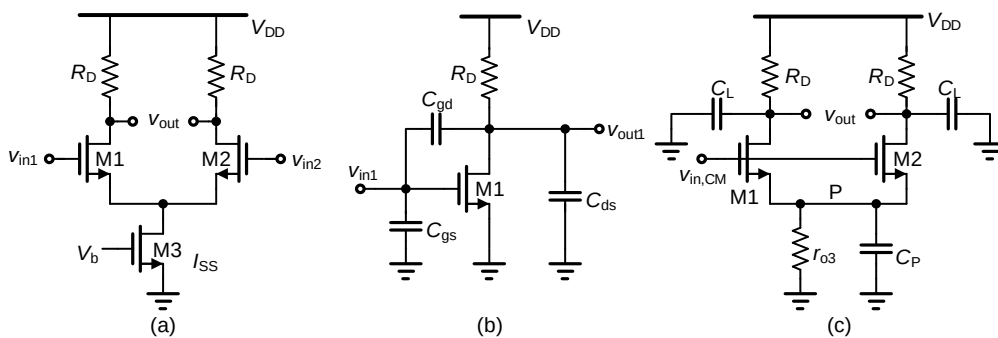


图 4-11 (a) 差分对 (b) 半边等效电路 (c) 共模输入等效电路





## 第五章 零极点偶对分析和零极点图

在前面几章的基础上，我们接下来讨论有源电流镜为负载的差分对（差分放大器）的频率响应特性。并以其中差分放大器的零极点偶对引申出对零极点偶对的讨论。然后以共源放大器为例，给出前几章分析中常用的零极点图的详细作法。

### 5.1 差分放大器

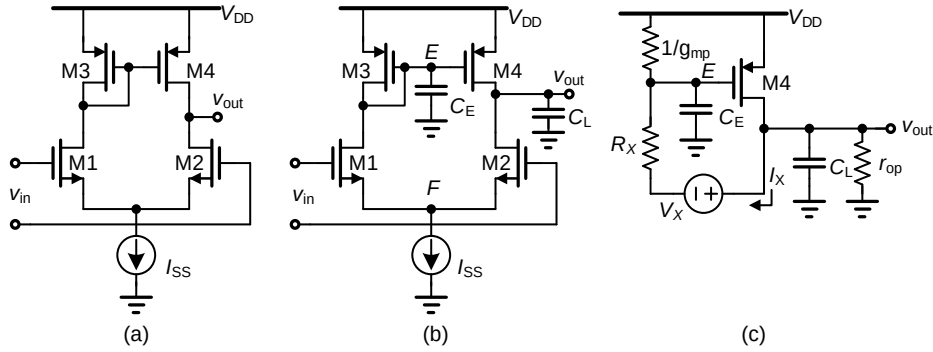


图 5-1 有源电流镜为负载的差分对 (a) 电路图 (b) 简化高频模型 (c) 戴维南等效电路

图 5-1 中所示是有源电流镜为负载的差分对放大器，如图 5-2 所示，包含两条信号通路：从  $M_1$ ,  $M_3$ ,  $M_4$  到输出通路和从  $M_2$  到输出通路。经过  $M_3$  和  $M_4$  的通路上有节点  $E$ ，包含一个与之相关的极点，称为“镜像极点”。 $M_3$  是二极管连接，等效为电阻  $(1/g_{mp}) \parallel r_{op}$ ，由于  $1/g_{mp} \ll r_{op}$ ，近似为  $1/g_{mp}$ 。节点  $E$  到地的总电容包括  $C_{gs3}$ ,  $C_{gs4}$ ,  $C_{db1}$ ,  $C_{db3}$ ,  $C_{gd1}$  和  $C_{gd4}$  的 Miller 效应即

$$g_{m4}(r_{o2} \parallel r_{o4})C_{gd4} = g_{mp}(r_{on} \parallel r_{op})C_{gd4} \quad (5.1)$$

所以节点  $E$  到地的总电容为：

$$C_E = C_{gs3} + C_{gs4} + C_{db1} + C_{db3} + C_{gd1} + g_{mp}(r_{on} \parallel r_{op})C_{gd4} \quad (5.2)$$

即便只考虑电容  $C_{gs3}$  和  $C_{gs4}$ ，由于两个 PMOS 管的  $g_{mp}$  和  $C_{gs}$  之间的折中，仍然会产生极大影响电路性能的极点。下面我们采用两种方法来估计带有源电流镜的差动对的频率特性。

#### 5.1.1 戴维南等效法

在等效差模小信号电路中，点  $F$  交流接地，根据戴维南等效定律，可以将输入差分对等效为电压源：

$$\begin{cases} v_X = 2g_{mn}r_{on}v_{in} \\ R_X = 2r_{on} \end{cases} \quad (5.3)$$

忽略除节点 E 和输出节点到地电容外的所有电容，作出等效小信号电路图如图 5-1 (c) 所示。

由分压可以得到节点 E 处的电压为：

$$v_E = (v_{out} - v_X) \frac{\frac{1}{sC_E + g_{mp}}}{\frac{1}{sC_E + g_{mp}} + R_X} \quad (5.4)$$

M4 的漏电流为  $-g_{m4}v_E$ ，在输出节点由 KCL 可得

$$-g_{m4}v_E - I_X = v_{out}(sC_L + r_{op}^{-1}) \quad (5.5)$$

在节点 E 由 KCL 可得

$$I_X = (sC_E + g_{mp})v_E \quad (5.6)$$

综合以上诸式可得：

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_{mn}r_{on}r_{op}(2g_{mp} + sC_E)}{2g_{mp}(r_{on} + r_{op}) + s[(2r_{on} + r_{op})C_E + r_{op}(1 + 2g_{mp}r_{on})C_L] + s^2(2r_{on}r_{op}C_EC_L)} \quad (5.7)$$

根据主极点近似法可以得到，

$$\begin{cases} \omega_d = \frac{2g_{mp}(r_{on} + r_{op})}{(2r_{on} + r_{op})C_E + r_{op}(1 + 2g_{mp}r_{on})C_L} \\ \omega_{nd} = \frac{(2r_{on} + r_{op})C_E + r_{op}(1 + 2g_{mp}r_{on})C_L}{2r_{on}r_{op}C_EC_L} \end{cases} \quad (5.8)$$

利用  $g_{mp}r_{on} \gg 1$  化简为

$$\begin{cases} \omega_d \approx \frac{1}{(r_{on} \parallel r_{op})C_L} \\ \omega_{nd} \approx \frac{g_{mp}}{C_E} \end{cases} \quad (5.9)$$

另外传输函数还有一个零点

$$\omega_z = \frac{2g_{mp}}{C_E} \approx 2\omega_{nd} \quad (5.10)$$

### 5.1.2 电流叠加法

如图 5-2 所示，通过叠加法可以求出输出电流为

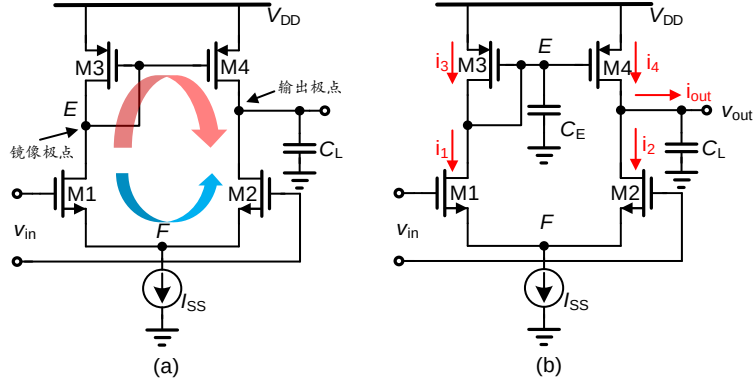


图 5-2 有源电流镜为负载的差分对 (a) 两条通路 (b) 电流分布

$$\begin{aligned}
 i_{out} &= \left( g_{mn} \frac{v_{in}}{2} \right) \frac{1/sC_E}{1/g_{mp} + 1/sC_E} - \left( g_{mn} \frac{-v_{in}}{2} \right) \\
 &= \left( g_{mn} \frac{v_{in}}{2} \right) \frac{1}{1 + s/\omega_{p2}} - \left( g_{mn} \frac{-v_{in}}{2} \right) \\
 &= g_{mn} \frac{v_{in}}{2} \left( \frac{1}{1 + s/\omega_{p2}} + 1 \right) \\
 &= g_{mn} v_{in} \left( \frac{1 + s/2\omega_{p2}}{1 + s/\omega_{p2}} \right)
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

其中

$$\omega_{p2} = \frac{g_{mp}}{C_E} \tag{5.12}$$

表示节点  $E$  处形成的极点。

易知输出阻抗为

$$Z_{out} = (r_{on} \parallel r_{op}) \parallel (1/sC_L) = \frac{(r_{on} \parallel r_{op})}{1 + s/\omega_{p1}} \tag{5.13}$$

其中

$$\omega_{p1} = \frac{1}{(r_{on} \parallel r_{op})C_L} \tag{5.14}$$

表示输出极点处形成的极点。

于是整个差动传输函数为

$$\begin{aligned}
 v_{\text{out}} &= i_{\text{out}} Z_{\text{out}} \\
 &= g_{\text{mn}} v_{\text{in}} \left( \frac{1 + s/2\omega_{\text{p2}}}{1 + s/\omega_{\text{p2}}} \right) \frac{(r_{\text{on}} \parallel r_{\text{op}})}{1 + s/\omega_{\text{p1}}} \\
 &= g_{\text{mn}} (r_{\text{on}} \parallel r_{\text{op}}) \frac{1 + s/2\omega_{\text{p2}}}{(1 + s/\omega_{\text{p1}})(1 + s/\omega_{\text{p2}})} v_{\text{in}}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

可以看出，式与式结果一致。值得注意的是，电路中的零点  $\omega_z$ ，在左半平面。这个零点的出现可以这样理解：电路由“慢通路”（ $M_1$ 、 $M_3$  和  $M_4$ ）和“快通路”（ $M_2$ ）并联。

如果两条通路的传输函数分别为  $\frac{A_{\text{v0}}/2}{(1 + s/\omega_{\text{p1}})(1 + s/\omega_{\text{p2}})}$  和  $\frac{A_{\text{v0}}/2}{1 + s/\omega_{\text{p1}}}$ ，则总的传输函数为

$$\begin{aligned}
 \frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}} &= \frac{A_{\text{v0}}/2}{1 + s/\omega_{\text{p1}}} \left( \frac{1}{1 + s/\omega_{\text{p2}}} + 1 \right) \\
 &= A_{\text{v0}} \frac{1 + s/2\omega_{\text{p2}}}{(1 + s/\omega_{\text{p1}})(1 + s/\omega_{\text{p2}})}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

于是，系统的传输函数在  $2\omega_{\text{p}}$  处出现了一个零点。电容  $C_{\text{E}}$  产生一个零极点偶对而不仅仅是一个但极点的，是因为  $C_{\text{E}}$  只在信号的一个通路上起作用。因此，它只能将增益从  $A_{\text{v0}}$  衰减到  $A_{\text{v0}}/2$ ，这要由零极点偶对来刻画。

如果只考虑电容  $C_{\text{E}}$ ，忽略其他所有电容，那么增益传输函数为

$$\frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}} = A_{\text{v0}} \frac{1 + s/2\omega_{\text{p2}}}{1 + s/\omega_{\text{p2}}} \tag{5.17}$$

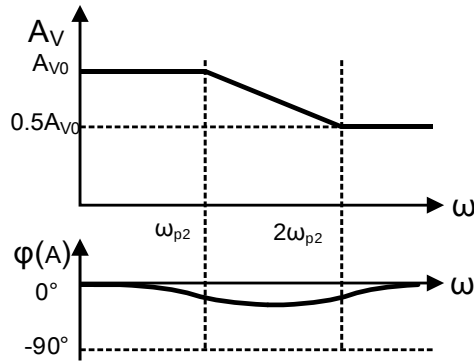


图 5-3 只考虑电容  $C_{\text{E}}$  时增益  $A_{\text{v}}$  的波特图

由于这个零极点偶对中零点和极点并非特别接近，所以对相位裕度和建立时间等影响很小。

总结以上分析，处在整个信号通路上的电容产生一个极点（如  $C_{\text{P}}$ ），处在半个信号通路上的电容产生一个零极点偶对（如  $C_{\text{E}}$ ）。

## 5.2 增益自举

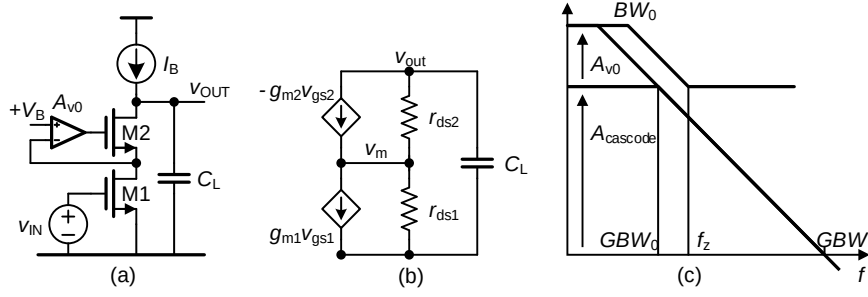


图 5-4 增益自举共源共栅放大器 (a) 电路图 (b) 小信号等效电路图 (c) 频率特性

增益自举是一种常用的提高增益的方法，下面我们来分析一下附加放大器的零极点偶对整个增益自举电路的频率响应特性的影响。

如图 5-4 (a)，通过一个附加的反馈放大器强制使 M2 管源极电压  $V_B = V_X$ ，M2 管的漏极电压变化对  $V_X$  的影响减小，使得流过 M1 和 M2 管的电流更加稳定，从而得到更高的输出阻抗。

假设附加放大器直流增益为  $A_{v0}$ ，带宽为  $\omega_0$ ，为简单起见，假设该放大器是单极点。假设输出高阻抗点处接负载电容  $C_L$ 。小信号等效电路如图 5-4 (b)，其中附加放大器的极点被隐含在 M2 管的栅源电压中。

### 5.2.1 节点电压法

首先，M1 和 M2 管的栅源电压分别为：

$$\begin{aligned} V_{gs1} &= V_{in} \\ V_{gs2} &= -A_v V_m - V_m = -\left(1 + \frac{A_{v0}}{1 + s/\omega_0}\right) V_m \end{aligned} \quad (5.18)$$

利用节点电压法求出电路传输函数，

$$\begin{cases} (1/r_{ds1} + 1/r_{ds2}) V_m - 1/r_{ds2} V_{out} = g_{m2} V_{gs2} - g_{m1} V_{gs1} \\ -1/r_{ds2} V_m + (1/r_{ds2} + sC_L) V_{out} = -g_{m2} V_{gs2} \end{cases} \quad (5.19)$$

将式代入方程中，可得

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{r_{ds1}} + \frac{1}{r_{ds2}} + g_{m2} \left( 1 + \frac{A_{v0}}{1 + s/\omega_0} \right) \right) V_m - \frac{1}{r_{ds2}} V_{out} = -g_{m1} V_{in} \\ -\left( \frac{1}{r_{ds2}} + g_{m2} \left( 1 + \frac{A_{v0}}{1 + s/\omega_0} \right) \right) V_m + \left( \frac{1}{r_{ds2}} + sC_L \right) V_{out} = 0 \end{cases} \quad (5.20)$$

求解方程可得

$$\begin{aligned}
 \frac{v_{out}}{v_{in}} &= - \frac{g_{m1} \left( \frac{1}{r_{ds2}} + g_{m2} \left( 1 + \frac{A_{v0}}{1+s/\omega_0} \right) \right)}{\left( \frac{1}{r_{ds1}} + \frac{1}{r_{ds2}} + g_{m2} \left( 1 + \frac{A_{v0}}{1+s/\omega_0} \right) \right) s C_L - \frac{1}{r_{ds2}} \frac{1}{r_{ds1}}} \\
 &= - \frac{g_{m1} r_{ds1} (1 + (1 + A_{v0}) g_{m2} r_{ds2}) \left( 1 + \frac{s}{(1 + A_{v0} g_{m2} r_{ds2} / (1 + g_{m2} r_{ds2})) \omega_0} \right)}{1 + s \left( \frac{1}{\omega_0} + C_L (r_{ds2} + r_{ds1} + (1 + A_{v0}) g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}) \right) + s^2 \frac{C_L}{\omega_0} (r_{ds1} + r_{ds2} + g_{m2} r_{ds2} r_{ds1})}
 \end{aligned}
 \tag{5.21}$$

稍加近似, 可得

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} \approx - \frac{g_{m1} r_{ds1} A_{v0} g_{m2} r_{ds2} \left( 1 + \frac{s}{A_{v0} \omega_0} \right)}{1 + s \left( \frac{1}{\omega_0} + C_L A_{v0} g_{m2} r_{ds2} r_{ds1} \right) + s^2 \frac{C_L}{\omega_0} g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}}
 \tag{5.22}$$

即

$$A_v(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = A'_{v0} \frac{(1+s/\omega_z)}{(1+s/\omega_d)(1+s/\omega_{nd})}
 \tag{5.23}$$

其中

$$A'_{v0} = g_{m1} r_{ds1} A_{v0} g_{m2} r_{ds2}
 \tag{5.24}$$

$$\omega_z = A_{v0} \omega_0
 \tag{5.25}$$

$$\omega_d = \frac{1}{1/\omega_0 + C_L A_{v0} g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}} \approx \frac{1}{C_L A_{v0} g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}}
 \tag{5.26}$$

$$\omega_{nd} = \frac{1/\omega_0 + C_L A_{v0} g_{m2} r_{ds2} r_{ds1}}{g_{m2} r_{ds2} r_{ds1} C_L / \omega_0} \approx A_{v0} \omega_0
 \tag{5.27}$$

可以看出增益自举的共源共栅结构的零点  $\omega_z$  和非主极点  $\omega_{nd}$  可以抵消, 如果附加放大器是单极点的, 那么它的频率响应对于整体的频率响应不会有太大的影响。虽然如此, 但是引入的零极点偶对会破坏电路的瞬态响应——建立时间, 我们将在稍后的篇幅中介绍。

### 5.2.2 更加直观的方法

下面我们通过另一种方法来研究增益自举的共源共栅结构的频率响应特性。附加反馈放大器的传输函数为  $\frac{A_{v0}}{1+s/\omega_0}$ , 显然, 低频时输出电阻增大了环路增益  $1+A_{v0}$  倍, 因为环路增益在极点频率  $\omega_0$  外不断减小, 该增量也随着频率升高而降低。当频率超过附

加放大器的单位增益频率 $(1+A_{v0})\omega_0$ 时，环路增益降为 1，输出电阻维持在  $g_{m2}r_{ds2}r_{ds1}$  左右。实际上，共源共栅结构带来的输出电阻增大效果在频率接近  $M_1$  和  $M_2$  管的连接点贡献的非主极点时，也开始降低。输出电阻可以近似表示为：

$$\begin{aligned} R_{out} &= r_{ds1} + r_{ds2} + r_{ds1}(g_{m2}r_{ds2})\left(1 + \frac{A_{v0}}{1+s/\omega_0}\right) \\ &\approx r_{ds1}(g_{m2}r_{ds2})(1+A_{v0})\frac{1+s/[(1+A_{v0})\omega_0]}{1+s/\omega_0} \end{aligned} \quad (5.28)$$

在单位环路增益频率处引入了一个零点，该零点会在整体的传输函数中引入零极点偶对。

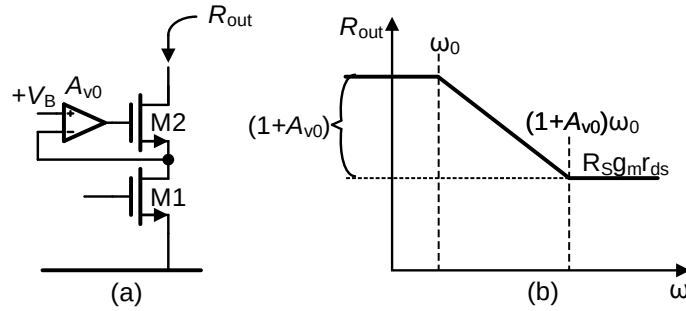


图 5-5 增益自举共源共栅放大器概念

图 5-6 展示了增益自举的共源共栅结构中零极点偶对产生的原因，假设输出高阻抗节点接负载电容  $C_L$ 。斜率 $-20\text{dB/decade}$ 的虚线表示负载电容的阻抗，另外一条虚线表示式给出的输出电阻。总的阻抗为两者的并联，如图中实线所示。阻抗曲线有两个拐点，一个在低频时两个阻抗相等处，在此形成主极点；另一个拐点位于增益自举环路的单位环路增益频率 $(1+A_{v0})\omega_0$ 处。因此，局部增益自举环路的极点总是成为传输函数的零点。

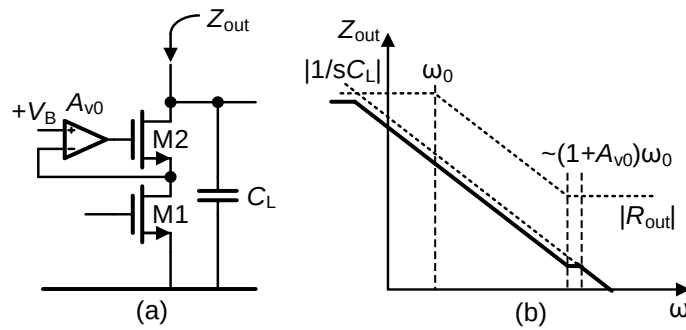


图 5-6 采用增益自举后的共源共栅放大器的输出阻抗

如何设计在传输函数中的这个零极点偶对，这有两个约束。首先，为了避免瞬态响应中的建立时间很慢，这个零极点偶对应该高于全局单位环路增益频率  $\omega_k$ 。另一个约束是局部增益自举环路的稳定性。例如，共源共栅节点的非主极点为  $\omega_{p2}$ ，为了使相位裕度  $\text{PM} > 45^\circ$ ，增益自举环路的单位环路增益频率应该低于  $\omega_{p2}$ 。因此，自举放大器的单

位环路增益频率需要满足约束条件：

$$\omega_k < (1 + A_{v0})\omega_p < \omega_{p2} \quad (5.29)$$

式表明自举环路的闭环带宽，即自举环路的单位环路增益频率应该高于全局反馈环路带宽，同时低于共源共栅节点非主极点频率。

### 5.3 单位增益反馈环路中的零极点偶对

假设一个两级运放的开环增益为

$$A_v(s) = A_{v0} \frac{(1 + s/\omega_z)}{(1 + s/\omega_d)(1 + s/\omega_{nd})} \quad (5.30)$$

理想情况下， $\omega_z = \omega_{nd}$ ，电路表现为一阶特性，即它的阶跃响应只包含一个时间常数，而且没有过冲。

在单位增益反馈环路中，该运放的闭环传输函数为

$$H_F(s) = \frac{A_v(s)}{1 + A_v(s)} \quad (5.31)$$

将式代入上式，可得

$$H_F(s) = \frac{A_{v0} \left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{(A_{v0} + 1) + s \left(\frac{1}{\omega_d} + \frac{1}{\omega_{nd}} + \frac{A_{v0}}{\omega_z}\right) + s^2 \frac{1}{\omega_d} \frac{1}{\omega_{nd}}} \quad (5.32)$$

假定以下条件成立

$$\begin{aligned} \omega_{nd} &= \omega_z + \Delta\omega \\ \Delta\omega &\ll \omega_z \\ \omega_z &\ll A_{v0}\omega_d \end{aligned} \quad (5.33)$$

可将闭环传输函数化简为

$$H_F(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + s \left(\frac{1}{A_{v0}\omega_d} + \frac{1}{\omega_z}\right) + s^2 \frac{1}{A_{v0}\omega_d} \frac{1}{\omega_{nd}}} \quad (5.34)$$

于是，小信号阶跃响应为

$$U(t) \Rightarrow 1 - \exp(-A_{v0}\omega_d t) - \frac{\Delta\omega}{A_{v0}\omega_d} \exp(-\omega_z t) \quad (5.35)$$

由上式可以看出阶跃响应中除了  $\exp(-A_{v0}\omega_d t)$  之外，多包含了一个指数项



$\frac{\Delta\omega}{A_{v0}\omega_d}\exp(-\omega_z t)$ 。这表明，如果零点和极点不能恰好抵消的话，其阶跃响应会多出一个

指数项，其大小与  $\Delta\omega/A_{v0}\omega_d$  成正比，时间常数为  $1/\omega_z$ ，该时间常数比  $1/(A_{v0}\omega_d)$  大得多。

考虑到

$$f_{pz} = \frac{1}{2\pi\tau_{pz}} = \frac{\omega_z}{2\pi} \quad (5.36)$$

$$A_{v0}\omega_d = 2\pi GBW = \frac{1}{\tau_{GBW}} \quad (5.37)$$

于是输出电压的表达式为

$$v_{OUT} = v_{IN}[1 - \exp(-\frac{t}{\tau_{GBW}}) - \frac{\Delta f_{pz}}{GBW} \exp(-\frac{t}{\tau_{pz}})] \quad (5.38)$$

建立时间是指输出电压在一定误差范围内达到最终值所需要的时间。如果在一个相当低的频率  $f_{pz}$  处有一个零极点偶对，并且零极点之间的间隔较大，为  $\Delta f_{pz}$ ，那么时域时间表达式中就会出现一个额外的指数部分，且该部分的时间常数  $\tau_{pz}$  比  $\tau_{GBW}$  大得多。

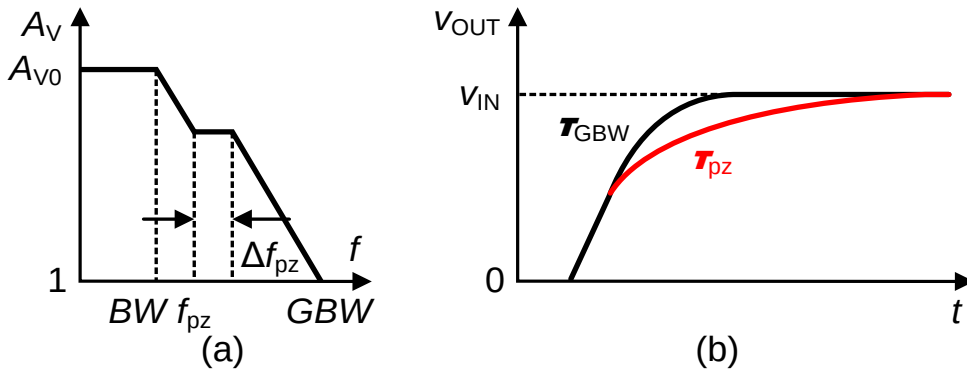


图 5-7 零极点偶对 (a) 波特图 (b) 缓慢的建立时间

## 5.4 零极点图

假设传输特性是复数频率的函数，一般通过画出它的幅度（模）和相位相对于频率的变化曲线（波特图）来评估其特性。然而，这个传输特性往往依赖于几个不同的电路参数，比如跨导、电阻和电容等。为了分析各个电路参数的影响，我们必须改变它的值，验证在波特图中引起的相应的变化。一个更好的办法是以这个电路参数为变量，单独画出这个传输特性的极点和零点曲线，即零极点图。下面，我们以源极跟随器的电压增益作为例子，给出详细的分析过程。

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1 + \frac{C_{gd}}{g_m} s}{1 + \left[ \left( 1 + \frac{R_s}{r_{ds}} \right) \frac{C_{gs}}{g_m} + \frac{C'_{ds}}{g_m} + R_s C_{gd} \right] s + \frac{R_s}{g_m} C'^2_{ds} s^2} \quad (5.39)$$

在(5.39)式中，共有 6 个独立变量，即  $g_m$ 、 $R_s$ 、 $C_L$ 、 $C_{gd}$ 、 $C_{gs}$  和  $C'_{ds}$ 。每一个都可以用来产生不同的波特图，其中有些是具有指导意义的，比如以  $R_s$  和  $C_L$  作为变量的波特图。但是，在这个例子中，我们打算评估以  $g_m$  为变量的零极点位置，事实上， $g_m$  依赖于电流，是一个经常使用的设计参数。在本例中，假设  $C_{gd}=1\text{pF}$ 、 $C_{gs}=4\text{pF}$ 、 $C'_{ds}=12.5\text{pF}$ 、 $g_m=1\text{mS}$ 、 $R_s=5\text{k}\Omega$ 、 $r_{ds}=50\text{k}\Omega$ 。

### 5.4.1 零极点

每个极点和零点必须被写为  $g_m$  的函数，画出相对于频率的曲线。零点的表达式可以写为：

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \quad (5.40)$$

如图 5-8，零点的大小线性正比于  $g_m$  的大小。随着  $g_m$  的增加零点增加，当  $g_m=1\text{mS}$  时， $f_z=39.8\text{MHz}$ 。

假设频率最低的极点是主极点，下面来研究求主极点的表达式。主极点的大小是从式(5.39)分母中  $s$  的系数推导得到的。

$$f_d = \frac{g_m}{2\pi (C_{gs} + C'_{ds} + g_m R_s C_{gd})} \quad (5.41)$$

将  $g_m$  作为变量，我们重写式(5.41)如下：

$$f_d = \frac{g_m}{2\pi (C_{gs} + C'_{ds})} \frac{1}{1 + g_m \frac{R_s C_{gd}}{C_{gs} + C'_{ds}}} \quad (5.42)$$

即

$$f_d = f_{c6} \frac{1}{1 + g_m/g_{mr}} \quad (5.43)$$

其中

$$f_{c6} = \frac{g_m}{2\pi (C_{gs} + C'_{ds})} \quad (5.44)$$

$$g_{mr} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{R_s C_{gd}} \quad (5.45)$$

$f_d$  的曲线在  $g_m=g_{mr}$  处有一个拐点。当  $g_m$  值更大时，主极点保持常数不变。这个拐点发生的频率是  $f_{dhi}$ （本例中， $f_{dhi}=31.8\text{MHz}$ ）

$$f_{dhi} = \frac{1}{2\pi R_s C_{gd}} \quad (5.46)$$

非主极点的表达式由式(5.39)分母中  $s$  的系数和  $s^2$  的系数的比例给出。

$$f_{nd} = \frac{C_{gs} + C'_{ds} + g_m R_s C_{gd}}{2\pi R_s C'^2} \quad (5.47)$$

因此可以被改写为

$$f_{nd} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \left( 1 + \frac{g_m}{g_{mr}} \right) \quad (5.48)$$

即

$$f_{nd} = f_{c18} \left( 1 + \frac{g_m}{g_{mr}} \right) \quad (5.49)$$

其中

$$f_{c18} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \quad (5.50)$$

可以看出， $f_{nd}$  在  $g_{mr}$  处有一个拐点。对于较小的  $g_m$  值 ( $<g_{mr}$ )， $f_{nd}$  是常数  $f_{ndlo}$  (本例中， $f_{ndlo}=7.9\text{MHz}$ ) 且

$$f_{ndlo} = f_{c18} = \frac{C_{gs} + C'_{ds}}{2\pi R_s C'^2} \quad (5.51)$$

#### 5.4.2 复数极点

然而值得注意的是，对于  $g_m$  的值大约为  $0.8\text{mS}$  时，非主极点的值小于主极点的值，这显然是错误的。因此，我们计算  $f_d$  和  $f_{nd}$  所作的近似此时是错误的。对于所有使得  $f_{nd}<f_d$  的  $g_m$  的值，会出现复数极点。这部分区域被标注为阴影部分。

两个复数极点都是被分母中  $s^2$  的系数给出，即：

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g_m}{R_s C'^2}} \quad (5.52)$$

这条曲线用图中阴影区域中间连接  $f_d$  和  $f_{nd}$  重合的两个极端的点的实线表示。

当出现复数极点时，过冲也会出现。因此，如果不能完全避免这部分区域的话，应该使之尽可能地小。因此，这部分区域的边界值得我们更加仔细研究。

在频率域，边界频率就是简单的  $f_{dhi}$  和  $f_{ndlo}$ ，两者的比例为（本例中，此比例为 4）：

$$\frac{f_{dhi}}{f_{ndlo}} = \frac{C'^2}{C_{gd}(C_{gs} + C'_{ds})} \quad (5.53)$$

在  $g_m$  域，相反地，边界值仍然需要推导。在高  $g_m$  值的一侧， $g_{mhi}$  发生在  $f_{nd}$  和  $f_{dhi}$  的交点处（本例中， $g_{mhi}=13.3\text{mS}$ ）。

$$g_{mhi} = \frac{C'^2}{C_{gd}^2 R_s} \quad (5.54)$$

另一方面， $g_{mlo}$  发生在  $f_d$  和  $f_{ndlo}$  的交点（本例中， $g_{mlo}=0.8\text{mS}$ ）。

$$g_{mlo} = \frac{(C_{gs} + C'_{ds})^2}{C'^2 R_s} \quad (5.55)$$

阴影区域中  $g_m$  的几何平均值显然是

$$g_m = \sqrt{g_{mhi} g_{mlo}} \quad (5.56)$$

$g_{mhi}/g_{mlo}$  的比例很容易得到（本例中，比例为 16），可以写成

$$\frac{g_{mhi}}{g_{mlo}} = \left( \frac{f_{dhi}}{f_{ndlo}} \right)^2 \quad (5.57)$$

为了使得阴影区域尽可能地小，比例  $f_{dhi}/f_{ndlo}$  必须要小。这个比例可以近似为

$$\frac{f_{dhi}}{f_{ndlo}} = 1 + \frac{C_{gs} C'_{ds}}{C_{gs} + C'_{ds}} \frac{1}{C_{gd}} \quad (5.58)$$

即

$$\frac{f_{dhi}}{f_{ndlo}} = 1 + \frac{C_{gdt}}{C_{gd}} \quad (5.59)$$

其中

$$C_{gdt} = \frac{C_{gs} C'_{ds}}{C_{gs} + C'_{ds}} \quad (5.60)$$

显然这个比例不可能比 1 小。因此  $g_m=g_{mr}$  处复数极点总是存在。增大  $C_{gd}$  可以是这个比例变得小一些。但是增大使得大于关键值  $C_{gdt}$ ，并不值得。因为这样会使-3dB 频率会降低。

如果  $C_{gd}=C_{gdt}$ ， $g_{mr}$  的值可以简化为

$$g_{mr} = \frac{1}{R_s} \frac{(C_{gs} + C'_{ds})^2}{C_{gs} C'_{ds}} = \frac{1}{R_s} \frac{(1+x)^2}{x} \quad (5.61)$$

$$x = \frac{C'_{ds}}{C_{gs}} \quad (5.62)$$

对于给定的  $R_S$  和  $g_m$  的值，上式显示出当  $C_L$  多大时，源极跟随器不稳定，即使  $C_{gd}$  是式给出的最优值。

当  $g_m$  值较小时， $f_{ndlo}$  和  $f_z$  之间会在  $g_m=g_{mu}$  处发生一次零极点抵消。

$$g_{mu} = \frac{C_{gs}(C_{gs} + C'_{ds})}{R_S C'^2} \approx \frac{1}{R_S} \quad (5.63)$$

当  $g_m$  为这个值时，会产生单极点结果。因此，得到单极点传输特性。它的截止频率可以从式(5.41)推导出，

$$f_{ct} = \frac{g_{mu}}{2\pi(C_{gs} + C'_{ds})} \quad (5.64)$$

显然，当  $C_L$  增大时，该值显著下降。

对于比  $g_{mu}$  小的  $g_m$  值，零点位于两个极点之间。这导致了传输函数中的纯阻性（平坦）区域。这个区域的出现是按电容比例分配的结果。

在该部分区域的增益为

$$A_{vm} = \frac{C_{gs}}{C_{gs} + C'_{ds}} \quad (5.65)$$

对于较大的  $g_m$  值（ $g_m > g_{mhi}$ ），有两个极点。主极点  $f_d$  的频率仍然比非主极点  $f_{nd}$  低。

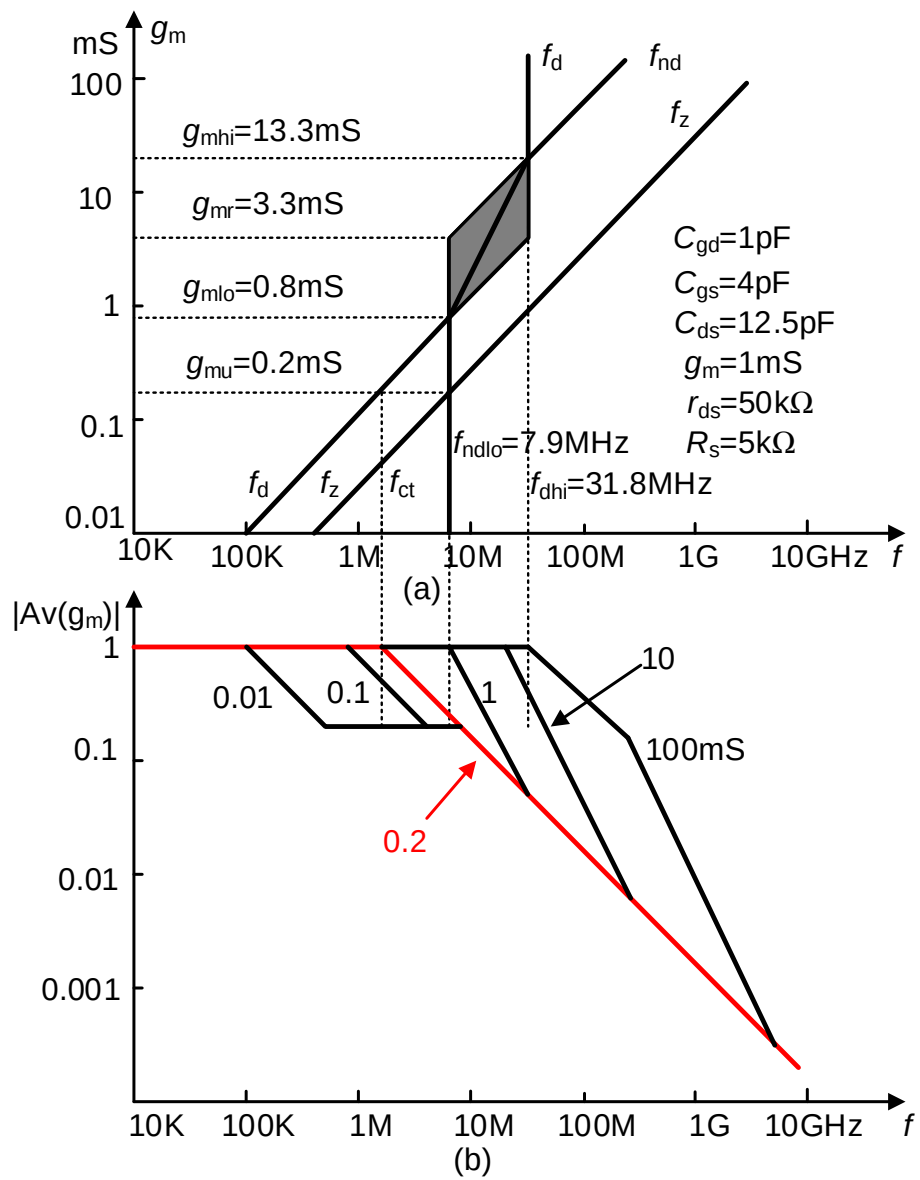


图 5-8 以  $g_m$  为变量增益  $A_v$  的 (a) 零极点位置图 (b) 波特图 (省略相位部分)

参考文献

- [1] 毕. 拉扎维, 模拟 CMOS 集成电路设计, 西安: 西安交通大学出版社, 2003.
- [2] P. R. Gray, P. J. Hurst, S. H. Lewis and R. G. Meyer, Analysis and Design of Analog Integrated Circuits, Fourth Edition ed., John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [3] W. M. C. Sansen and K. R. Laker, Design of Analog Integrated Circuits and Systems, McGraw-Hill, Inc, 1994.
- [4] 王阳, CMOS 模拟集成电路与系统设计, 北京: 北京大学出版社, 2012.
- [5] P. E. Allen and D. R. Holberg, CMOS Analog Circuit Design, Oxford University Press, 2002.
- [6] B. Y. Kamath, R. G. Meyer and P. R. Gray, "Relationship between frequency response and settling time of operational amplifiers," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, pp. 347 - 352, Dec 1974.
- [7] W. M. Sansen, Analog Design Essentials, The Netherlands: Springer, 2006.
- [8] T. C. Carusone, D. A. Johns and K. W. Martin, Analog Integrated Circuit Design, Second Edition ed., John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [9] A. A. Abidi, "On the operation of cascode gain stages," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, pp. 1434 - 1437, Dec 1988.
- [10] S. M. Sze and K. K. Ng, Physics of Semiconductor Device, Third Edition ed., John Wiley & Sons, Inc..
- [11] B. Razavi, Fundamentals of Microelectronics, Second Edition ed., JohnWiley & Sons, Inc., 2014.
- [12] B. Razavi, Design of Analog CMOS Integrated Circuits, McGraw Hill Higher Education, 2000.
- [13] B.-S. Song, MicroCMOS Design, CRC Press, 2011.
- [14] B.-S. Song, 深亚微米 CMOS 模拟集成电路设计, 北京: 科学出版社, 2014.
- [15] 陈光梦, 模拟电子学基础, 第二版 编辑, 上海: 复旦大学出版社, 2009.

[16] 洪志良, 模拟集成电路分析与设计, 北京: 科学出版社, 2011.



---

## 致谢

经过多个月的努力，毕业论文终于接近尾声，此时我感到如释重负，又有些许失落。写作伊始，总是感到兴奋和愉悦的。但后来不断发现有更多的内容需要添加，论文越写越长。当最终论文接近 80 页，公式达到几百个，使各章的公式和上下标保持一致都需要很大工夫。如果不是得益于大家帮助，肯定还需要更多时间才能完成此论文。

首先感谢我的导师唐长文教授，他严谨求真的学术态度为我作出了优秀的榜样；他追求卓越的学术精神鼓舞着我不断前行；他淡泊达观的处世态度让我受用无穷。感谢唐老师为我选定这个论文题目，本论文的内容也受到唐老师《模拟集成电路设计》课堂所讲内容的启发，与唐老师的讨论使本文的内容增色很多。在此也要感谢本科期间教过我的各位老师。

其次，感谢 314 实验室的孙晓雪、程涛、易海东、盛君莉等师兄师姐和罗颖、蒋秉健等同学。他们在电路分析、公式推导、作图以及论文格式上的帮助，使我避免了很多弯路。实验室轻松愉快、热情坦诚的氛围，也让我的毕设富有效率。

感谢 2010 级微电子学系各位同学的相伴，你们让我的大学生活如此精彩。和你们一起奋斗的四年，是多么的美好而温暖！遇见你们美不胜收！

特别感谢我的父母和家人，你们无私的爱与关怀是支持我不断前进的动力与源泉！