学校代码：10246

学　　号：11210720101

復旦大學

硕 士 学 位 论 文

差分结构数字控制晶体振荡器设计

院　　系：　信息科学与工程学院

专　　业：　集成电路工程

姓　　名：　褚　博

指 导 教 师：　唐长文 副教授

完 成 日 期：　2013 年 4 月 25 日

目录

图目录 ····· III
表目录 ····· V
摘要 ····· VII
Abstract ····· IX
第一章 概述 ····· 1
1.1 研究背景 ····· 1
1.2 论文研究的内容和贡献 ····· 2
1.3 论文组织结构 ····· 3
第二章 晶体振荡器概述 ····· 5
2.1 晶体振荡器的分类 ····· 5
2.2 晶体谐振特性 ····· 5
2.2.1 晶体的压电特性 ····· 6
2.2.2 晶体的电学等效模型及品质因子 ····· 6
2.3 振荡器的分析方法 ····· 9
2.3.1 反馈系统分析 ····· 9
2.3.2 阻抗分离法 ····· 10
2.4 常见晶体振荡器的结构 ····· 11
2.4.1 单端晶体振荡器 ····· 11
2.4.2 差分晶体振荡器 ····· 14
第三章 可变电容特性分析 ····· 17
3.1 可变电容的分类 ····· 17
3.2 可变电容特性分析 ····· 19
第四章 相位噪声分析 ····· 25
4.1 相位噪声基本概念 ····· 25
4.1.1 振荡器中的相位噪声 ····· 25
4.1.2 相位噪声的影响 ····· 27
4.2 相位噪声的脉冲敏感函数分析法 ····· 28
4.2.1 线性时不变分析 ····· 28
4.2.2 线性相位时变分析 ····· 30
4.3 相位噪声的矢量分析法 ····· 36
4.3.1 振荡器的电流通路 ····· 36

4.3.2 噪声电流源到输出电压的传输函数 ……38
4.3.3 非线性电路对幅度调制和相位调制的响应 ……39
4.3.4 谐振电路对噪声电流源的响应 ……42
4.3.5 白噪声源的分解 ……45
4.3.6 矢量分析法在振荡器中的应用 ……47
第五章 差分晶体振荡器电路设计……49
5.1 设计指标分析……49
5.2 振荡器核心电路……51
5.2.1 核心电路结构 ……51
5.2.2 大信号分析 ……55
5.2.3 电流源偏置电路 ……58
5.2.4 数控开关电容阵列 ……59
5.2.5 输出级设计 ……59
5.3 版图及仿真结果……60
第六章 总结与展望……65
6.1 总结……65
6.2 展望……65
参考文献 ……67
致谢 ……71

图目录

图 1-1 晶体振荡器类型及结构.....2
图 2-1 晶体的电学等效模型.....6
图 2-2 串联谐振、并联谐振阻抗的频率响应曲线.....7
图 2-3 谐振处的晶体阻抗的频率响应曲线.....8
图 2-4 振荡器的正反馈模型.....9
图 2-5 *RLC* 并联电路的脉冲响应.....10
图 2-6 振荡器的负阻模型.....11
图 2-7 (a) Pierce 振荡器 (b)Colpitts 振荡器 (c)Santos 振荡器.....12
图 2-8 (a)Santos 振荡器电路 (b)小信号等效模型.....12
图 2-9 有源电路阻抗.....13
图 2-10 阻抗 Z_c 的极坐标表示.....13
图 2-11 交叉耦合差分对管.....15
图 2-12 差分晶体振荡器.....15
图 3-1 (a)PN 结电容结构 (b)电容-电压特性.....17
图 3-2 PMOS 电容及电容-电压特性.....18
图 3-3 反型 MOS 管电容及其电容-电压特性.....19
图 3-4 累积型 MOS 管可变电容及其电容-电压特性.....19
图 3-5 不同偏置电压下的电容—电压特性曲线.....20
图 3-6 振荡器的电路通路.....20
图 3-7 电容的符号函数形式.....21
图 3-8 电容的电流-电压曲线.....22
图 4-1 振荡器噪声时域、频域表示.....25
图 4-2 振荡器的输出频谱.....26
图 4-3 振荡器相位噪声的典型曲线.....27
图 4-4 接收机前端及信号下变频过程.....28
图 4-5 电感电容振荡器线性等效模型.....28
图 4-6 振荡器相位噪声示意图.....29
图 4-7 被电流脉冲激励的 LC 振荡器.....31
图 4-8 LC 振荡器对冲击激励的相应.....32
图 4-9 ISF 等效系统.....33

图 4-10 器件噪声到相位噪声的转变.....35
图 4-11 振荡器的电流通路.....37
图 4-12 噪声的旋转矢量表示.....39
图 4-13 非线性电路模型.....39
图 4-14 相位调制量的混频过程.....40
图 4-15 非线性电路对噪声的调制.....42
图 4-16 对振荡器施加外部电流激励.....42
图 4-17 相位调制与幅度调制.....44
图 4-18 幅度调制电流和相位调制电流对应的阻抗.....45
图 4-19 周期性准稳态噪声.....45
图 4-20 $\omega(t)$的傅里叶展开.....46
图 4-21 矢量分解.....46
图 5-1 晶体的阻抗响应曲线.....50
图 5-2 差分晶体振荡器核心电路.....51
图 5-3 等效小信号电路图.....52
图 5-4 电路的环路增益和相位.....53
图 5-5 核心电路的电源抑制比.....54
图 5-6 振荡电压与沟道电流关系.....55
图 5-7 (a) A 类振荡器 (b) C 类振荡器.....56
图 5-8 NMOS 管导通角与栅极直流电压偏置关系.....57
图 5-9 电流源偏置电路.....58
图 5-10 电源抑制仿真结果.....58
图 5-11 (a)电容阵列 (b)单位电容结构.....59
图 5-12 电路输出级设计.....60
图 5-13 电路整体版图.....60
图 5-14 相位噪声仿真结果.....61
图 5-15 频率调谐曲线.....61
图 5-16 经过缓冲级后的瞬态波形.....62
图 5-17 电源抑制比.....62
图 5-18 频率牵引.....63

表目录

表 3-1 PMOS 电容的工作区及其电容模型 18
表 5-1 26MHz 晶体参数 49
表 5-2 晶体规格参数 50
表 5-3 不同频率下的相位噪声 63

摘要

随着无线通信技术的不断发展，特别是移动通讯和无线手持设备的普及，频谱资源变得越来越紧张，射频电路对基准频率源的准确性和稳定性的要求也越来越高。石英晶体振荡器由于具有极高的品质因数，因此被广泛的用作手机、全球定位系统、无线局域网等通信系统的基准频率源。

石英晶体自身的物理特性使得普通晶体振荡器不可避免的存在工作频率随温度、晶体的老化而改变的现象，因此无法保证通信系统对频率长期稳定性的要求，需要对其频率进行校正，即要求晶体振荡器具有实时调谐的功能。数字控制晶体振荡器(Digitally Controlled Crystal Oscillator，以下简称 DCXO)能够借助射频基站发送的频率校正信号产生自动频率控制(Automatic Frequency Control，以下简称 AFC)信号调节晶体振荡器的工作频率，从而实现频率的校正。

本文论述了数字控制晶体振荡器的理论和实现，并对振荡器设计中的难点和关键电路进行了详细的分析。

首先，本文简单的介绍了国内外晶体振荡器的研究现状，提出了差分结构晶体振荡器所具有的优势，以及数字控制晶体振荡器实现过程中的设计难点。讨论了晶体谐振器的电学等效模型，在此基础上分析了晶体振荡器的基本原理，给出了衡量晶体振荡器性能的各项指标。介绍了射频电路中常用的可变电容类型，并对 CMOS 可变电容进行了详细的分析。

其次，对三种相位噪声模型：线性时不变模型，非线性时不变模型和线性相位时变模型进行了系统的分析和概括，并采用非线性时不变模型对 DCXO 的输出噪声进行了分析。

最后，设计了工作在 C 类状态的差分结构数字控制晶体振荡器及其偏置电路，给出了电路在起振阶段的小信号分析和稳态时的大信号分析。详细论述了在 TSMC 0.18 μm CMOS 射频工艺上实现的数字控制晶体振荡器的电路结构及仿真结果。

关键词：数字控制晶体振荡器，C 类振荡器，相位噪声，开关电容阵列，自动频率控制

中图分类号：TN4

Abstract

Technological advancements in wireless communication made massive deployment and user adoption of cellular phones possible in the last decade. However the increase of subscribers asks for more efficient use of the limited spectrum resource, reference clock with high accuracy and stability is demanded. With the high quality factor of quartz crystal as the frequency selecting component, the crystal oscillators are widely used as clock references in communication systems such as cellular phones、global positioning systems(GPS)、 and wireless local area networks(WLAN).

The frequency of crystal oscillators needs to be tunable as it can be influenced by the aging of crystal and environment temperature. Digitally controlled crystal oscillator (DCXO) is able to adjust its frequency by using the automatic frequency control (AFC) signal. The capacitor bank of oscillators switched to keep the oscillator work in desired frequency.

In this thesis, the theory and practice of DCXOs are studied, difficulties in design is analyzed and circuit implement is carried out.

Firstly, this thesis gives a brief review on the crystal oscillator research; proposed advantages of differentially-ended DCXO; analyzed the equivalent circuit of crystal oscillator and briefly introduces the fundamental theory of oscillators.

Secondly, Three analysis methods of phase noise are studied: linear time invariant (LTI), nonlinear time invariant (NTI) and linear phase time varying (LPTV). A differentially-end DCXO is presented. Small and large signal analyses are given. With linear time invariant (LTI) modeling of phase noise, the phase noise of DCXO is calculated and optimized.

Finally, the realization and simulation results of DCXO in TSMC 0.18 μm RF CMOS process are given.

Key Words: DCXO; switched capacitor array; Automatic Frequency Tuning; class C; phase noise

第一章 概述

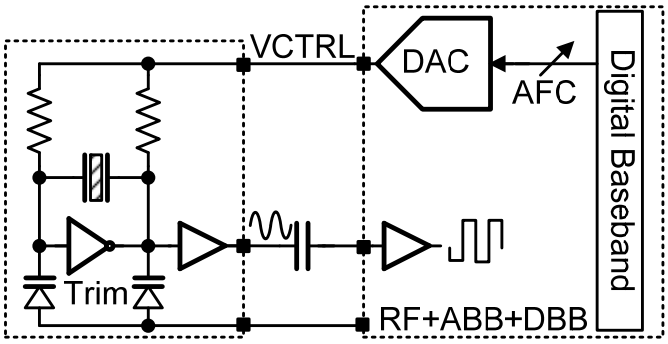
1.1 研究背景

石英晶体振荡器由于频率稳定性高、成本低而被广泛的用作手机、全球定位系统(GPS)、数字电视等通讯设备中的基准频率源，特别是近年来随着全球移动通讯系统(GSM)、宽带码分多址(WCDMA)、无线局域网(WLAN)等移动通信技术的高速发展，使通讯系统对具有长期频率稳定性的高性能晶体振荡器的需求迅速攀升。

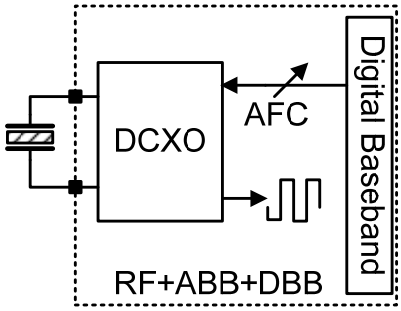
由于石英晶体自身的压电特性使得石英晶体振荡器的谐振频率会随着温度和晶体的老化而漂移。GSM 和 WCDMA 通讯协议要求手持设备(如手机)与基站在接收和发送数据时的频率偏差小于 0.1ppm[1]，普通的晶体振荡器在没有反馈补偿的情况下远远达不到这一要求。因此包括 GSM 在内的众多现代通讯协议都具有频率校正信道(FCCH，Frequency Control Channel)，基站通过 FCCH 持续发送频率控制码(FCB，Frequency Control Burst)，在基站覆盖范围内的所有手持设备通过检测此信号并产生相应的频率控制信号(AFC, Automatic Frequency Control)来校正工作频率。

压控式温度补偿晶振(VCTCXO)的频率校正方法是将频率控制信号经过数字-模拟转换器(DAC)转换为模拟信号施加在模拟变容器件上，通过调节晶体振荡器的负载电容来实现频率的精细调节。压控式温度补偿晶振因为具有长期频率稳定性而在射频系统中得到了广泛的使用。

CMOS 工艺和片上系统集成度的不断提高使得数字基带可以集成到片内，为了降低成本，实现更高集成度的射频收发系统，更经济和直接的方法是将压控式温度补偿晶振的功能集成到射频芯片中，除晶体外的所有器件整合到片内，由频率控制信号直接控制数字电容阵列以实现晶体振荡器的调谐[2][3]。



(a)VCXO 结构及应用



(b)DCXO 结构及应用

图 1-1 晶体振荡器类型及结构

基于 CMOS 工艺的数字控制晶体振荡器应当满足以下性能指标：1）低相位噪声，特别是低频偏处的相位噪声，CMOS 工艺拙劣的 1/*f* 噪声使得低噪声的设计变得较为困难；2）高频率精度，在实际应用中考虑到晶振的频率随时间和温度的漂移以及自动频率控制环路的非理想性，频率偏差必须远低于 0.1 ppm；3）宽的频率覆盖范围，在应用于诸如手机等射频领域时，晶体振荡器必须具有一个较宽的频率调节范围以覆盖晶体和有源电路的频率漂移，频率覆盖范围可以根据实际应用中可能出现的频率漂移的最大值来确定；4）高电源抑制比，使得电路可以抑制来自电源的扰动，保证数字控制晶体振荡器的频率稳定性[4]。

1.2 论文研究的内容和贡献

本文着重研究了射频收发机中常用的频率参考源—数控晶体振荡器电路，分析了晶体的电学等效模型，给出了两种振荡器的分析方法，简单的介绍了几种常见的振荡器结构，并对本次设计的差分结构数字控制晶体振荡器的各个模块进行了详细的分析和设计。本文的主要贡献有：

1)介绍了晶体振荡器的两种分析方法，在此基础上设计实现了数字控制晶体振荡器的核心电路结构；采用负阻分析的方法详细推导了核心电路在起振阶段的小信号模型和稳态时的大信号模型。

2)对射频电路中常用的 MOS 管可变电容特性进行了详细的阐述，给出了可变电容的大信号分析，并且推导出了当栅极为大幅度振荡信号时 MOS 管电容的有效值。

3)对三种相位噪声模型：线性时不变模型，非线性时不变模型和线性相位时变模型进行了系统的分析和总结，并采用非线性时不变模型对振荡器的输出噪声进行了详细的分析。

4)在 TSMC 0.18-μm CMOS 工艺下实际实现了一款低相位噪声，高精度的数字控制晶体振荡器。

1.3 论文组织结构

本文对通信系统常用的频率源—数字控制晶体振荡器的理论和实现进行了系统的分析和研究，论文的具体组织结构如下：

第二章“晶体振荡器概述”简单介绍了晶体的特性及其电学等效模型，分析了振荡器的基本原理和晶体振荡器的分类，同时对不同类型的晶体振荡器性能进行了比较，提出了差分结构晶体振荡器所具有的优势。

第三章“可变电容特性分析”介绍了射频电路中常用的几种可变电容的类型，详细分析了 CMOS 电容的结构及其电容—电压特性，通过大信号分析得到了其周期内的等效电容值，阐述了调节可变电容能够进行频率控制的本质。

第四章“相位噪声分析”对线性时不变模型，非线性时不变模型和线性相位时变模型进行了系统的阐述，对不同分析方法的优缺点进行了分析和比较，并采用非线性时不变模型对振荡器的输出噪声进行了详细的分析。

第五章“差分结构晶体振荡器电路设计”给出了本次设计所采用的晶体参数，根据应用需要分析了各项设计指标，并根据指标要求给出了在 TSMC 0.18 μm CMOS 射频工艺上的数字控制晶体振荡器的设计实现及其仿真结果。

第六章“总结和展望”总结了本论文的工作，给出了今后需要进一步研究的方向。

第二章 晶体振荡器概述

2.1 晶体振荡器的分类

国际电工委员会(IEC)将石英晶体振荡器分为四大类：

一是普通晶体振荡器(SPXO)，即没有对频率漂移做任何补偿的晶体振荡器，因其低廉的价格使其在温度变化不大或不需要精确频率源的电路中广泛应用。

二是电压控制晶体振荡器(VCXO)，电压控制晶体振荡器在较宽的线性调频范围内具有良好的频率稳定度，因此通常应用于数字通讯、传输系统中。VCXO具有频率稳定度高、调频范围宽、线性好等优点，因此适合应用于直接频率调制电路中。

三是温度补偿式晶体振荡器(TCXO)。温度补偿式晶体振荡器是通过附加温度补偿电路使得振荡频率随温度变化较小，由于具有体积小、重量轻、耗电少的优点，广泛的应用于通讯、导航、通用仪器等电子设备中

四是恒温槽晶体振荡器(OCXO)。恒温槽晶体振荡器是通过恒温槽来使晶体振荡器工作的环境温度保持恒定。根据具体的精度需求可以只将晶体置于恒温槽中，也可将晶体和核心电路置于恒温槽中，还有的电路将晶体置于内部恒温槽中，而将振荡电路置于外部的恒温槽中实现双重恒温槽控制。其频率的长期稳定性、短期稳定性都很高，相位噪声小，但价格昂贵且功耗较大，适用于对频率稳定度要求极高的电子设备及精密测量仪器中，由于结构限制，其体积和尺寸缩小的余地非常有限。

近年来随着通讯系统中频率校正信道的出现以及芯片集成度的不断提高，可以由集成数字基带产生频率控制码直接控制振荡器的负载电容阵列，从而实现对频率的校正。数字控制晶体振荡器以其优良的性能在通讯系统中得到了广泛的应用，并呈现出取代电压控制晶体振荡器的趋势。

2.2 晶体谐振特性

石英晶体属于机械谐振腔，它的谐振依赖于外部施加的激励。由于晶体谐振器有极高的频率稳定度和极低的功耗，被广泛的应用于频率控制和时钟电路中。在实际应用中，晶体的切割方式，封装方式和振荡电路的设计都会对晶体的谐振特性造成影响[5]，因此需要在了解晶体的谐振特性及电学等效模型的基础上针对不同的应用需求进行设计，尽管如此，在大多数应用中并不需要深入和全面的晶体知识，因此本章节只介绍基本的晶体特性。

2.2.1 晶体的压电特性

晶体谐振器是由一定厚度的压电效应物质，如石英(Quartz)、氧化锌或氮化物构成，可以实现电能和机械能的相互转化。以石英晶体为例，在石英晶体的两侧施加机械力，则会在晶体的两个极板之间产生一定的电场；反之，如果在晶体的两极板之间施加电场，则会使晶体产生机械形变。如果在晶体两侧的基板上施加交变电压，晶体就会产生机械振动，同时晶体的表面又会因为机械振动而产生交变电场。

一般情况下，晶体机械振动的振幅和交变电场的振荡幅度是微小的，振动频率稳定。当外压交变电压的频率与晶体的固有频率一致时，机械振动及其产生的交变电场就会显著增大，称为压电谐振，此时的振荡频率称为晶体的谐振频率。交变频率不同，晶体的振动强度不同，从而表现出对频率的选择性。

每个晶体都有自己的固有谐振频率，该频率同晶体的尺寸密切相关，晶体越薄，固有振动频率越高。通常制作的晶体振荡器频率为 100 kHz 到 50 MHz 之间，对于更高的频率，石英晶体则会变得太薄而易碎[6]。

2.2.2 晶体的电学等效模型及品质因子

谐振频率附近晶体的电学等效模型是串联的 *RCL* 电路，其谐振频率为 f_s，串联电阻为 R_S，如图 2-1 所示。

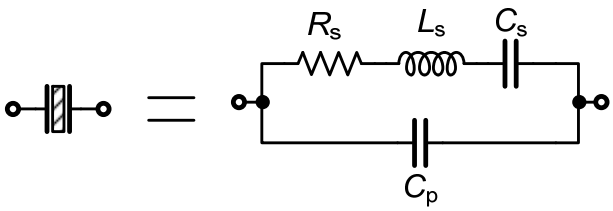


图 2-1 晶体的电学等效模型

其中 C_p 是连接晶体的两块平板之间的电容，也包括了封装电容和焊接电容，数量级为 pF，串联电容 C_s 在 fF 数量级。从图 2-1 可以看出，电容 C_p 和 L_s 组成了串联谐振电路，而封装电容 C_p 和 L_s 组成了并联谐振电路，下面先从串、并联谐振电路模型入手，进一步分析晶体的电学模型。

串联谐振和并联谐振的阻抗和导纳表达式分别为：

$$Z_s(\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C} \tag{2.1}$$

$$Y_p(\omega) = G + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = G + \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega L} \tag{2.2}$$

从上式中可以看出，在频率非常低时，串联谐振表达式中的电容占主导地位

而呈电容的特性，而在并联谐振表达式中电感占主导地位而呈电感特性；在频率非常高的时候串联谐振中电感占主导地位而呈现电感特性，并联谐振中电容占主导地位而呈现电容特性。在阻抗响应曲线上可以更加直观的看出这一现象：

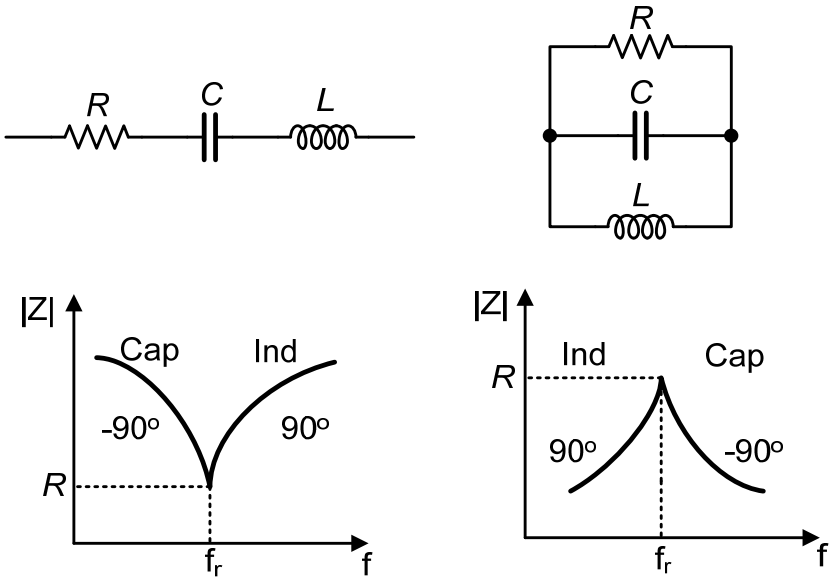


图 2-2 串联谐振、并联谐振阻抗的频率响应曲线

串联谐振与并联谐振时有相同的谐振频率 f_r，但从图 2-2 中可以看出两者的阻抗频率响应曲线却并不相同。

串联谐振在谐振点处阻抗达到最小值，为电阻 R，晶体呈现纯阻性。当频率低于 f_r 时，阻抗呈现容性，相位为-90°，频率高于 f_r 时，阻抗呈现出感性，相位为 90°。

并联谐振在谐振点处阻抗达到最大值，为电阻 R，晶体再次呈现为纯阻性。当频率低于 f_r 时，阻抗呈现感性，相位为 90°，当频率高于 f_r 时，阻抗呈现出容性，相位为-90°，与串联谐振电路相反。

从图 2-1 中的晶体等效模型中可以看出，其中既包括了电感 L_s 和电容 C_s 组成的串联谐振，又包括了 L_s 与封装电容 C_p 之间的并联谐振，其阻抗表达式为：

$$
\begin{aligned}
Z(s) &= \left(R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + j\omega L_s\right) \Bigg\| \frac{1}{j\omega C_p} \\
&= \frac{s^2 L_s C_s + s R_s C_s + 1}{s(C_s + C_p)\left(s^2 \dfrac{L_s C_s C_p}{C_s + C_p} + s \dfrac{R_s C_s C_p}{C_s + C_p} + 1\right)}
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

对应的频率响应曲线为：

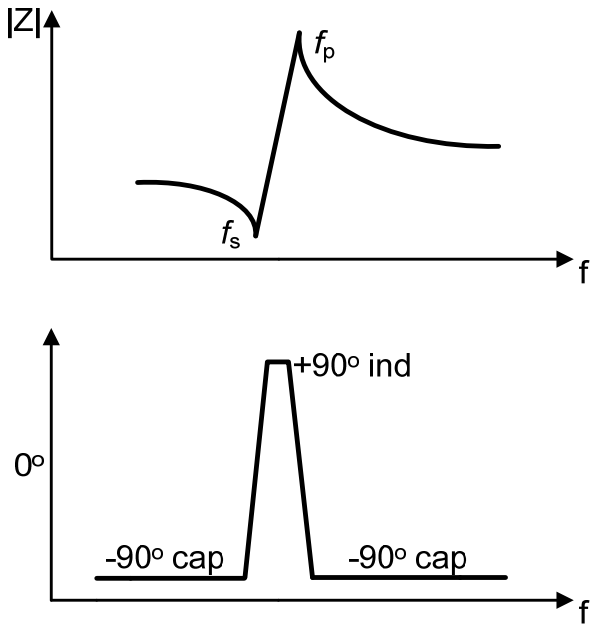


图 2-3 谐振处的晶体阻抗的频率响应曲线

用 ω_s 和 ω_p 来表示晶体的串联谐振频率和并联谐振频率：

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_s C_s}} \tag{2.4}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{L_s}\left(\frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_s}\right)} \tag{2.5}$$

从图中可以看出，两个谐振点很近，并且在 ω_s 点晶体有最小阻抗，在 ω_p 点有最大阻抗。晶体在小于 ω_s 和大于 ω_p 的频率区域表现为电容，在两个谐振点中间表现为电感。由于串联谐振点只与晶体的模型有关，而与封装、电路结构等外部引入的电容无关，因此在设计时应当使振荡频率尽可能的靠近 ω_s 点[7]。

除了谐振频率外，晶体另一个重要的描述性参数是品质因子 Q。对于一个在频率为 ω 的正弦信号 $i(t)$激励下的系统，对 Q 值最基本的定义为[8]：

$$Q = \omega \frac{E_{tot}}{P_{avg}} \tag{2.6}$$

其中 E_{tot} 表示系统存储的能量，P_{avg} 表示系统的平均功耗，Q 值是没有量纲的，它正比于所存储的能量和单位时间所损失的能量之比。首先考虑并联 RLC 电路在谐振时 Q 值表达式。在谐振频率 ω_p 时并联 RLC 网络两端的电压为 $i(t)R$，此时能量在电感和电容之间来回转换并且能量总和为一个常数。无论存储在电容还是电感中的峰值能量都等于在任何给定时间存储在该网络中的总能量。谐振时电容两端的峰值电压为 $I_{peak}R$，所以有：

$$E_{tot} = \frac{1}{2} C (I_{peak} R)^2 \tag{2.7}$$

在谐振时并联 *RLC* 网络退化为一个简单的电阻 *R*，因此谐振时平均功耗为：

$$P_{avg} = \frac{1}{2} I_{peak} R^2 \tag{2.8}$$

所以该网络在谐振时的 *Q* 值为：

$$Q = \omega_0 \frac{E_{tot}}{P_{avg}} = \omega_0 RC = \frac{R}{\sqrt{L/C}} \tag{2.9}$$

同理，串联谐振时电感两端的峰值电流为 I_{peak}，此时电感储能为

$$E_{tot} = \frac{1}{2} L I_{peak}^2 \tag{2.10}$$

所以串联 *RLC* 网络在谐振时的 *Q* 值为：

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \tag{2.11}$$

注意到晶体模型中的电感非常大而电容非常小，将晶体模型中的串联 *RLC* 参数带入式(2.9)中可以估算出晶体的品质因数，可以高达 $10e^6$。

2.3 振荡器的分析方法

2.3.1 反馈系统分析

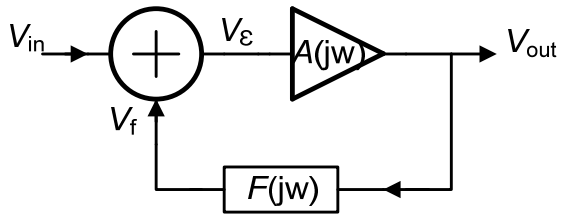


图 2-4 振荡器的正反馈模型

如图 2-4 所示，放大器的增益 $A(j\omega)$是频率的函数，反馈网络的增益为 $F(j\omega)$，也是频率的函数。若使电路能够正常振荡，在输入 V_{in} 为零的情况下，信号 V_ε 经过环路 $A(j\omega)F(j\omega)$后的信号 V_f 必须维持原信号的大小来维持振荡。放大网络为非线性有源网络，反馈网络为线性无源网络，且具有选频特性，能够对单一频率的噪声信号进行放大。据此，该系统起振的巴克豪森必要条件为

$$\begin{aligned} \left|\frac{V_f}{V_\varepsilon}\right| &= |A(jw)||F(jw)| \geq 1 \\ \angle\frac{V_f}{V_\varepsilon} &= \Phi_A + \Phi_F = 0^\circ \end{aligned} \tag{2.12}$$

这两个条件是形成振荡的必要条件但并非充分条件。由于存在着工艺和温度的变化，为了确保振荡，电路在设计时通常将环路增益取为 3。电路不可避免的

存在着内部噪声，经过选频网络之后的具有特定频率的噪声信号经过环路不断被放大，信号通路上的各级电路会经历非线性并最终达到“饱和”，限制了最大振幅，最终保持环路的增益为 1 维持振荡。

2.3.2 阻抗分离法

除了基于反馈网络的传递函数分析法，巴克豪森准则还可以另一种更加直观的方式来表述，即阻抗分离法，后者对分析由有源电路和无源电路两部分构成的系统非常的直接和方便。

对于理想的电感电容谐振电路，在正常振荡状态下电路中储存的电磁能在 L 和 C 之间以固定的频率做周期性的交换，相互完全补偿，自成独立系统，与外部无能量交换。但是无损元件是很难实现的，振荡器等效模型中的 R_p 表征了晶体的能量损失，因此很自然的可以想到，如果存在一个负阻，与 R_p 相互抵消，即可使电路达到振荡的状态，这就为阻抗分离法提供了理论基础。

当对 RLC 并联电路施加电流脉冲激励时电路将会发生振荡，电阻 R_p 将会使振荡慢慢的衰减为零，但是根据阻抗分离法分析的结果，如果可以产生一个“负阻 R_p”并将其并联在电路两端，即使 RLC 中的并联电阻为 0，即可使振荡持续维持下去。

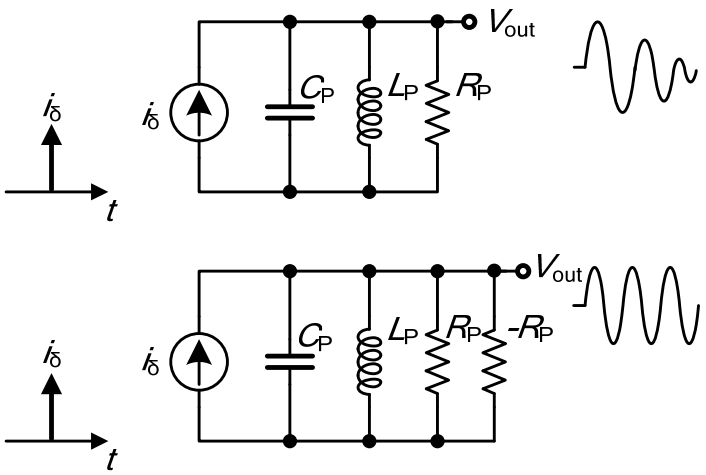


图 2-5 RLC 并联电路的脉冲响应

实际电路中的负阻可以通过有源器件来实现，因此对于一个振荡器电路，可以将系统划分为正阻电路(耗能部分)和负阻电路(供能部分)来进行分析。

将放大器 $A(j\omega)$用电路阻抗 Z_{cir} 代替，反馈网络用谐振器的阻抗 Z_{res} 代替，如图 2-6 所示。在振荡器达到稳态之后，能量的交换和补偿发生于系统内部，因而不需要外部输入，即系统的输入导纳为零：

$$Y_{res} + Y_{cir} = 0 \tag{2.13}$$

$$\frac{1}{Z_{res}}+\frac{1}{Z_{cir}}=0 \tag{2.14}$$

$$\frac{Z_{res}+Z_{cir}}{Z_{res}Z_{cir}}=0 \tag{2.15}$$

$$\mathrm{Re}(Z_{res}+Z_{cir})=0 \tag{2.16}$$

$$\mathrm{Im}(Z_{res}+Z_{cir})=0 \tag{2.17}$$

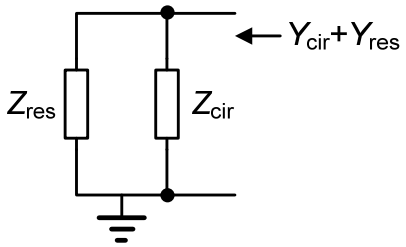


图 2-6 振荡器的负阻模型

阻抗分离法采用实部和虚部的形式来取代振幅和相位的形式来表示巴克豪森准则，实际上两种形式是相关的，式(2.16)确定了电路振荡所需要的最小增益，式(2.17)则确定了振荡频率[7]。

2.4 常见晶体振荡器的结构

从晶体的阻抗频率响应曲线可以看出，晶体在串联谐振点与并联谐振点之间呈电感的特性，根据负阻模型的分析，适当的选择有源电路来抵消晶体模型中电阻的能量损耗，并引入容性负载即可实现振荡。在实际应用中可以根据具体的应用要求来选择晶体振荡器的结构。按照晶体振荡器输出方式的不同可以分为单端晶体振荡器和差分晶体振荡器。

2.4.1 单端晶体振荡器

CMOS 工艺下的单管有源器件足以提供有效的增益使晶体起振，因此可以从基本的单晶体管振荡器出发来讨论单端输出晶体振荡器结构。单晶体管振荡器也被称为三点式振荡器，根据接地点的不同，单晶体管振荡器可进一步分为 Pierce，Colpitts 和 Santos 结构。

Pierce 振荡器中晶体管的源极接地，晶体连接在栅极和漏极之间，在电路达到稳态之后晶体表现为一个小的电阻，漏极和栅极的电压几乎相等，因此输出可以由漏极或者栅极得到。偏置电路可以由一个电流源和一个栅极电压偏置实现，结构比较简单，但是由于晶体并没有接地端，因此需要两个管脚外接晶体。

在 Colpitts 结构的振荡器中栅极接地，晶体连接在栅极和漏极之间，在漏极获得输出振荡电压，但是由于晶体表现为一个小的电阻，因此漏极上只有很小的

信号，更理想的输出方式是将输出点放在电容 C_1 和 C_2 之间的源极，这样可以得到较大的振荡信号。

在 Santos 结构振荡器中，漏极接地，晶体连接在栅极和漏极之间，源极作为输出端。

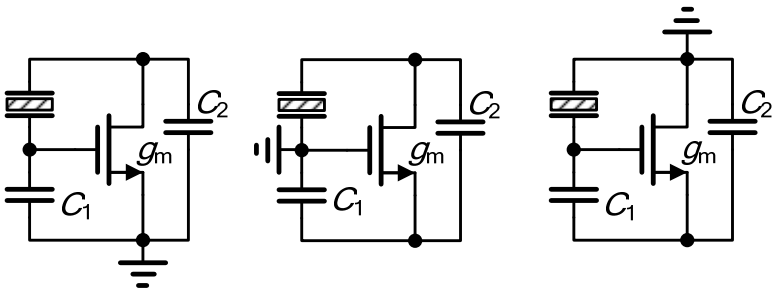


图 2-7 (a) Pierce 振荡器 (b)Colpitts 振荡器 (c)Santos 振荡器

从图 2-7 中可以看出，在 Colpitts 和 Santos 两种振荡器结构中晶体的一端需要接地，因此任何从晶体一端到地的寄生电容都会成为晶体的负载，造成了频率的不确定性，尽管 Pierce 振荡器避免了这一问题，但却需要两个管脚外接晶体，因此比其他两种结构多占用了一个芯片引脚。

下面以 Santos 结构为例，对单晶体管振荡器进行简单分析。

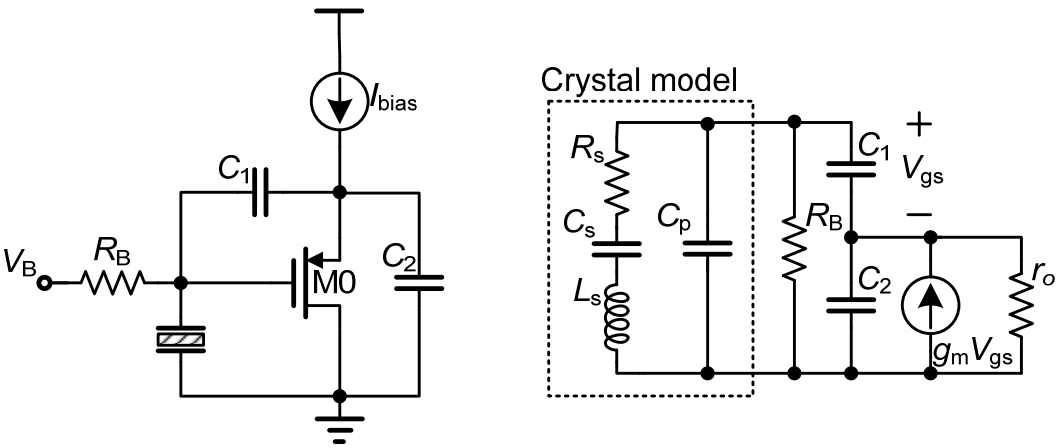


图 2-8 (a)Santos 振荡器电路 (b)小信号等效模型

图 2-7(a)为带有偏置的 Santos 晶体振荡器核心电路，其中 M0 管作为有源器件补偿晶体模型中电阻的能量损失以维持振荡。R_B 为偏置电阻，由于直接并联在晶体的两端，R_B 应当选择较大的阻值以避免降低晶振的 Q 值。

采用反馈方式来推导电路的传输函数较为复杂，文献[9]给出了环路增益的详细推导。为了便于分析，本文采用阻抗分离的方法来分析电路。

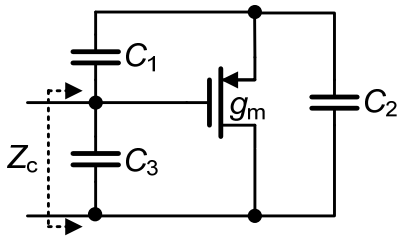


图 2-9 有源电路阻抗

用 Z_1、Z_2、Z_3 分别表示电路中电容 C_1、C_2 和封装电容 C_3 的阻抗，根据小信号等效模型可以得到并联在晶体两端的阻抗为：

$$\begin{aligned} Z_c &= Z_3 \| (Z_1 + Z_2 + g_m Z_1 Z_2) \\ &= \frac{1}{sC_3} \frac{g_m + s(C_1 + C_2)}{g_m + s(C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_3})} \end{aligned} \tag{2.18}$$

为了避免求解复杂的方程，可以采用图解法来分析电路的阻抗[10]，以跨导 g_m 为变量在复平面上做出阻抗的图像如下图所示：

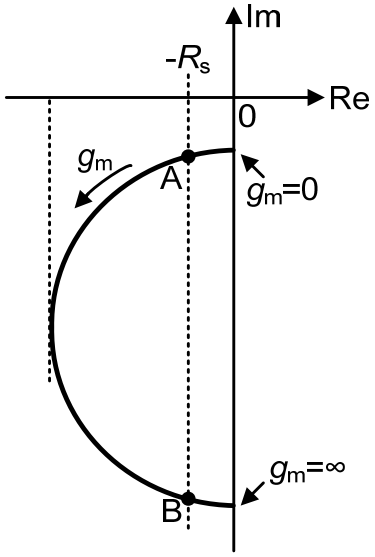


图 2-10 阻抗 Z_c 的极坐标表示

其中横坐标表示实部，纵坐标表示虚部，随着跨导 g_m 的增加，阻抗 Z_c 沿着半圆轨迹向 I_m 的负半轴移动，$-R_S$ 表示为了维持振荡所需要的能量补偿，其与阻抗 Z_c 的交点 A、B 即为满足巴克豪森判据中增益条件的可能振荡点。由于 R_S 非常小，表示$-R_S$ 的虚线与 I_m 靠的很近，对应于 A 点处的跨导 g_m 很小，因此在 A 点不需要很大的能量即可使电路起振，通过合适的选取 C_1、C_2、C_3 的值也很容易满足巴克豪森判据中的相位条件。相反，在 B 点处跨导非常大，实际电路中

不可能也不必要提供如此大的能量以维持 B 点的振荡。另一方面，B 点处的虚部也非常大，实际的晶体模型中的电感不可能无穷大，电容也不可能无穷小，因此在 B 点无法满足巴克豪森判据中的相位条件因而也无法实现振荡。

由于串联谐振点只与晶体参数有关，与封装电容无关，因此串联振荡点的频率值是非常准确的。在实际应用中也希望晶体振荡器的振荡点距离串联谐振点尽可能的靠近以使得振荡频率更加准确。为了进一步分析晶体模型中的串联谐振点和并联谐振点之间的距离引入牵引因子 p，p 是无量纲的参数，表征振荡电路实际工作频率点远离串联谐振点 ω_s 的程度。

$$p = \frac{\omega - \omega_s}{\omega_s} \tag{2.19}$$

将串、并联谐振频率带入牵引因子的表达式并采用一阶近似可以求得：

$$p = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_s} = \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} - 1 \approx \frac{C_s}{2C_p} \tag{2.20}$$

从上式可以看出，要使电路工作在串联谐振点，需要使 C_s 为 0 或 C_p 也为无穷大，这在实际中是无法实现的，因此这也说明了电路不可能工作在 B 点。另根据巴克豪森判据有 $\mathrm{Re}(Z_c)=-R_s$，带入电路阻抗 Z_c 的表达式则有：

$$g_m \approx \frac{R_S \omega^2 \left(C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3\right)^2}{C_1C_2} \tag{2.21}$$

将品质因数 Q 和牵引因子 p 带入上式，并解出 p：

$$p^2 \approx \frac{\omega R_s}{g_m Q} \frac{\left(C_1 + C_2\right)^2}{4C_1C_2} \tag{2.22}$$

从上式可以看出，在给定了晶体模型的情况下，若要使牵引因子为 0，g_m 必须为无穷大，即需要无穷大的电流，这也从另外一个角度说明了电路不可能工作在 B 点，与图解法分析的结果是一致的。从上式中还可以看出，若要使牵引系数 p 减小为原来的 $1/k$，跨导 g_m 要增加为原来的 k^2 倍，因此提高频率稳定度是以牺牲功耗为代价的。

按照跨导的计算公式可以得到各个电路参数，文献[11]中给出了 Santos 结构振荡器的详细分析。

2.4.2 差分晶体振荡器

通过合适的选取器件尺寸，单晶体管振荡器电路可以实现稳定的振荡和极低的相位噪声。该电路的简单和稳定使其广泛的应用于射频系统中。尽管如此，单端振荡器的电源抑制比较差，振荡器的谐振频率容易受到衬底耦合的影响，并且在某些应用中需要相位相反的输出，为了满足这些设计要求可以采用差分结构实现 DCXO。

一种简单的差分输出晶体振荡器是采用射频电路中常用的交叉耦合差分对管来补偿晶体模型中电阻 R_S 的能量损耗从而实现稳定振荡。

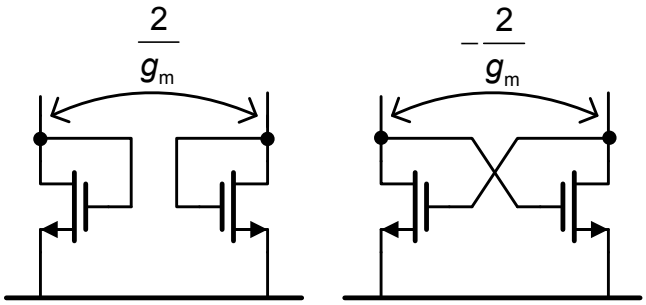


图 2-11 交叉耦合差分对管

通过合适的选择跨导 g_m 的值来抵消晶体模型中的电阻 R_S 可以实现电路的振荡，为了保证电路在初始阶段的起振，g_m 应当略大于计算值，电路达到稳态后由于电路本身的非线性会使环路增益降为 1 以维持振荡。

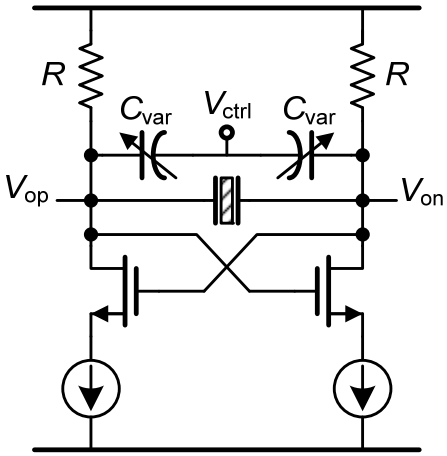


图 2-12 差分晶体振荡器

图 2-12 即为常见的差分晶体振荡器结构。实际上该电路结构也可以视为单管 Pierce 振荡器的差分形式。其中 V_{op} 和 V_{on} 为幅度相等，相位相反的输出信号，负载电阻 R 由于直接并联在晶体的两端，因此其阻值要足够大以避免降低晶体的 Q 值，实际应用中可以采用有源负载来代替。如果将晶体谐振腔换做 LC 并联的结构，即可构成射频电路中常用的电感电容压控振荡器(VCO)，两者可以采用类似的分析和优化方法。

V_{ctrl} 为可变电容 C_{var} 的控制电平，通过改变控制电压 V_{ctrl} 可以获得不同的可变电容值以实现频率的调节，具体的分析将在下面的章节中介绍。

第三章 可变电容特性分析

在 CMOS 工艺中所有的互连层都可以用作平板电容，然而互联层的层间电介质比较厚，使得单位面积的层间电容较小，要实现宽频带的频率调节需要的互联层平板电容面积将会很大；另一种常用的选择是采用 MOS 电容，即 CMOS 工艺中晶体管的栅与有源区之间的电容，其电介质的厚度要比普通互连层电容约大 20~100 倍，且电容值随控制电压的变化而变化。采用互联层电容来实现数字控制电容阵列时需要串联 MOS 开关，因此不可避免的会引入 MOS 管寄生电容，相比之下， 通过 MOS 电容来实现数字控制电容阵列则更加的直接和节省面积。基于上述考虑本文采用了 MOS 电容作为可变电容的实现方式，本章将详细介绍 CMOS 电容的分类及其电容—电压特性。

3.1 可变电容的分类

在 CMOS 工艺上实现可变电容主要有四种结构：PN 结电容、普通 MOS 管电容、反型 MOS 管电容和累积型 MOS 管电容。

PN 结电容是在 N 阱上做一层 P^+有源区，从而实现 P^+/n-well 结电容 C_j，施加在 PN 结两侧的电压可以控制其电容值。从图(b)中可以看出，结电容随电压变化缓慢，不利于实现电容的开关，而且当谐振电压振荡幅度较大时，PN 结有可能进入正偏，增加了漏电流，导致品质因数的下降。

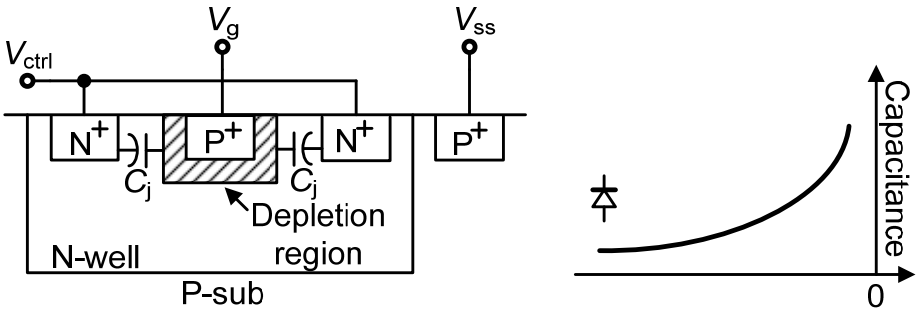


图 3-1 (a)PN 结电容结构 (b)电容-电压特性

另一类可变电容的实现方法是利用 MOS 管的栅电容，根据 MOS 管栅极、源极、漏极连接方式的不同，可以进一步分为三种类型：普通 MOS 电容、反型 MOS 电容和累积型 MOS 电容。由 PMOS 管构成的普通可变电容结构如图 3-2 所示，其中 MOS 管的栅、源和衬底相连，当栅、源电压逐渐增大时，PMOS 管依次工作在强反型区、中度反型区、弱反型区，耗尽区和累积区[12]。

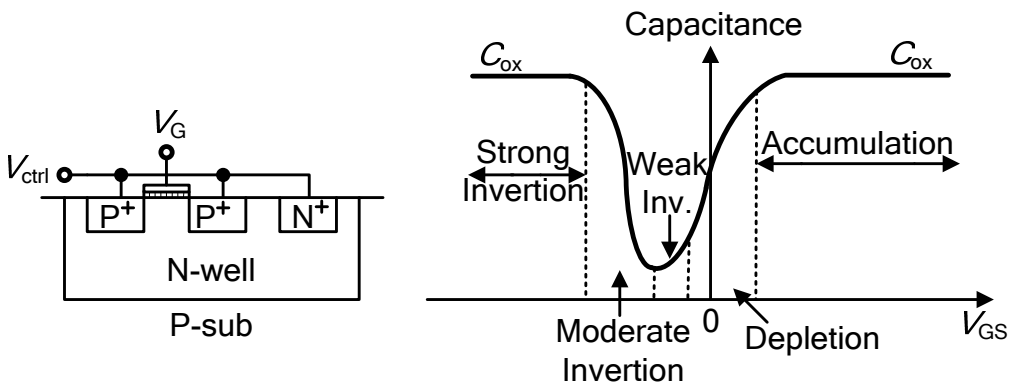


图 3-2 PMOS 电容及电容-电压特性

上图表示当栅、源电压 V_{GS} 逐渐增大时 PMOS 管的电容-电压特性，当处于强反型区域时空穴聚集在半导体表面并形成沟道，此时的电容为栅氧化层平板电容 C_{ox}，在其他四个区域电容为 C_{ox} 和结电容 C_j 的串联，如下表所示：

表 3-1 PMOS 电容的工作区及其电容模型

Region	Channel *R*	C_{ox}、C_j	C_{gate}	3-Segment Model
Strong inv.	Small	In parallel $C_j < C_{ox}$	$C_{gate} \approx C_{ox}$	C_{ox} C_j ≈ G C_{ox} S,D
Moderate inv.	Moderate	In serious $C_j < C_{ox}$	$C_j < C_{gate} < C_{ox}$	C_{ox} C_j ≈ G $C_j \| C_{ox}$ S,D,B
Weak inv.	Large	In serious $C_j < C_{ox}$	$C_{gate} \approx C_j$	C_{ox} C_j ≈ G C_j S,D,B
Depletion	Large	In serious $C_j \approx C_{ox}$	$C_{gate} \approx 0.5\ C_{ox}$	C_{ox} C_j ≈ G $C_{ox}/2$ S,D,B
Accumulation	Large	In serious $C_j > C_{ox}$	$C_{gate} \approx C_{ox}$	C_{ox} C_j ≈ G C_{ox} S,D,B

在上面的结构中如果将 PMOS 管的衬底(N-well)连接到 V_{dd}，这样当栅极施

加的电压不高于 V_{dd} 时，PMOS 管将只处于反型区和耗尽区而不会进入累积区，该结构称为反型 MOS 管可变电容。其结构和电容—电压特性如图 3-3 所示：

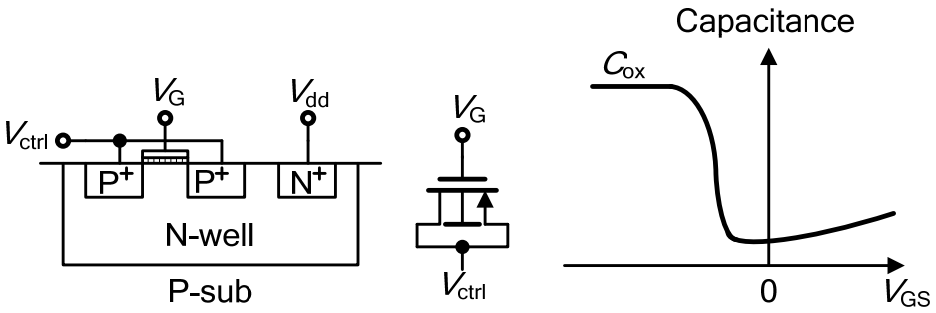


图 3-3 反型 MOS 管电容及其电容-电压特性

第三种利用 MOS 管栅电容构成的可变电容是让 MOS 管工作在累积区与耗尽区，其结构如图 3-4 所示，通过将 NMOS 管做在 N 阱内，抑制了少数载流子沟道的形成，从而使 MOS 不会进入强反型区。

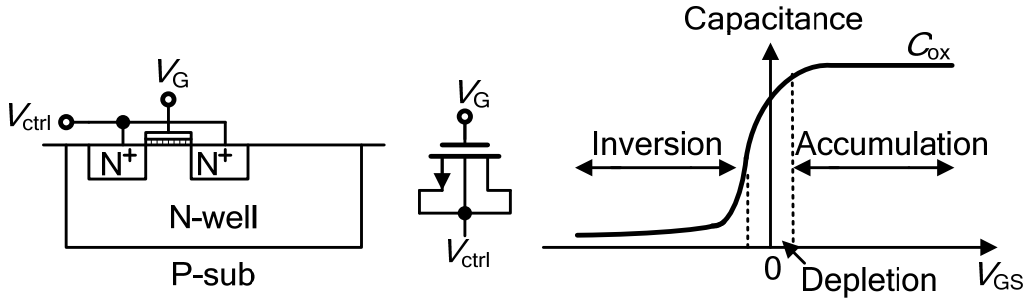


图 3-4 累积型 MOS 管可变电容及其电容-电压特性

在上述三种 MOS 管可变电容中，普通 MOS 管的可变电容是非单调的这一特性会降低电压的有效控制范围[13]，因此不适合应用于振荡器（特别是满摆幅）的振荡器中。而累积型 MOS 管特殊的工艺也限制了其应用，因此本次设计中采用了反型 CMOS 管作为开关电容阵列中的可变电容。

3.2 可变电容特性分析

从上面的分析中可知，通过改变反型 CMOS 管的栅、源电压可以改变其电容值，在应用于振荡器时通常将栅极接振荡输出点，源、漏极接控制电平，当栅、源电压大于开启电压 V_{th} 时 MOS 管导通并且形成沟道，此时有最大电容 C_{ox}；当栅、源电压小于开启电压 V_{th} 时 MOS 管处于耗尽区，此时电容为栅氧化层平板电容 C_{ox} 和结电容 C_j 的串联，电容值较小，因此可以看出，电容—电压特性曲线中的阶跃点与栅极、源漏极电位以及开启电压 V_{th} 有关，如图 3-5 所示：

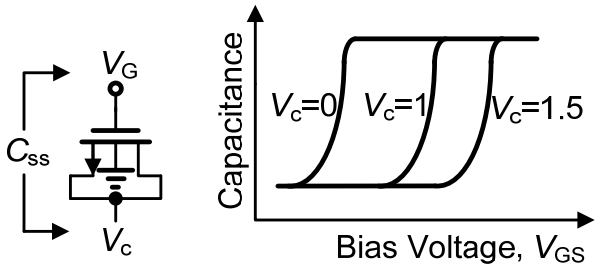


图 3-5 不同偏置电压下的电容—电压特性曲线

应用于数字开关电容时，控制信号 V_c 通常为数字模块的输出 1 或 0，对应于电源和地。先来考虑 V_c 接地的情况，当振荡器的摆幅较小时，MOS 管将始终处于开启的状态，因此接入电路的电容为最大值；当振荡器的摆幅较大使 V_{GS} 小于 V_{th} 时 MOS 管将处于耗尽区，此时接入电路的电容为最小值。V_c 接高电平时可以做类似的分析。因此在设计满摆幅的振荡器时需要注意阈值电压的问题，下面对此作定量的分析。

当固定控制电压 V_c 时，栅极交流电压的变化 dV 所引起的电荷的变化 dQ 称为微分电容，或小信号电容[14]：

$$C_{ss} \triangleq \left.\frac{dQ}{dV}\right|_{V_c} \tag{3.1}$$

尽管晶体的电学模型中既包括串联结构又包括并联结构，但在接近谐振点的频率范围内可以将其等效为纯并联或串联的结构进行分析[10]，为了与常用的压控振荡器分析一致，在这里将其等效为并联模型进行分析，电路达到稳态后的电流通路如下图所示：

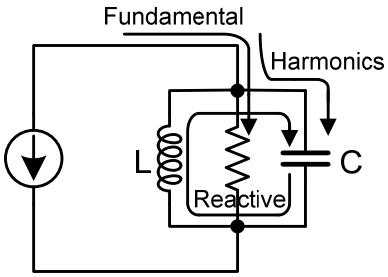


图 3-6 振荡器的电路通路

根据基尔霍夫定律有：

$$\begin{aligned} V_C &= V_L \\ I_C &= -I_L \end{aligned} \tag{3.2}$$

在控制信号 V_c 不变的情况下，栅极周期性变化的振荡信号将会使微分电容 C_{ss} 以相同的频率做周期性变化，因此可以将其展开为傅里叶级数：

$$C_{ss}(t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_{2n}\cos(2n\omega_0 t) \tag{3.3}$$

根据式(3.2)可以求得流过电容的电流为：

$$-I_c=-\frac{dQ}{dt}=-\left(C_{ss}(t)\frac{dV(t)}{dt}+V_C\frac{dC_{ss}}{dt}\right) \tag{3.4}$$

栅极的振荡电压信号可以表示为：

$$V_C(t)=V_L(t)=\sum_{m=0}^{\infty}a_m\cos(m\omega_0 t) \tag{3.5}$$

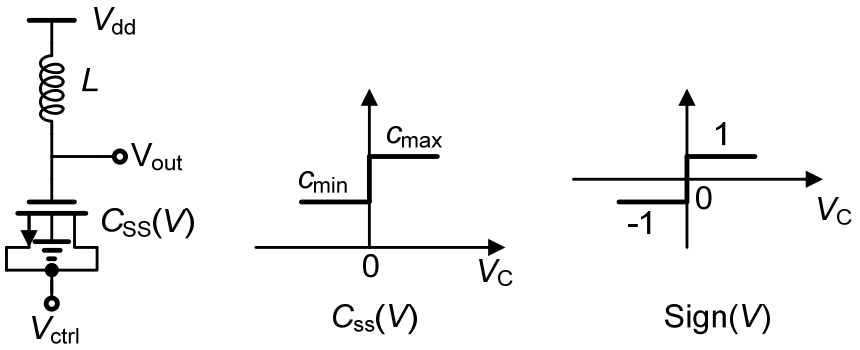
流过电感的电流为：

$$I_L(t)=\frac{1}{L}\int_0^t V_L(t)dt=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{a_m}{m\omega_0 L}\sin(m\omega_0 t) \tag{3.6}$$

根据式(3.2)，式(3.4)和(3.6)对应的傅里叶系数应当相等，因此可以求解出：

$$C_{eff}=C_{ss}^{(0)}+C_{ss}^{(2)}+\frac{a_2-V_{ctrl}}{a1}C_{ss}^{(1)}+\frac{a_2}{a1}C_{ss}^{(3)} \tag{3.7}$$

反型 MOS 管可变电容的电容值可以表示为符号函数的形式，通过将其与电感 L 并联来分析其调频的过程：



(a)串联谐振模型　　(b)电容的阶跃模型　　(c)单位阶跃函数

图 3-7 电容的符号函数形式

根据导通情况的不同，有：

$$C_{ss}(V)=\begin{cases}C_{max} & V\ge V_{eff}\\ C_{min} & V\le V_{eff}\end{cases}\qquad V_{eff}=V_G-V_{ctrl}-V_{TH} \tag{3.8}$$

$$C_{ss}(V)=\frac{1}{2}(C_{max}+C_{min})+\frac{1}{2}(C_{max}-C_{min})sign(V_{eff}) \tag{3.9}$$

其中 V_{eff} 为有效控制电压，当振荡达到稳态时，电容两端的电压 v 和流过电容的电流 i 为椭圆关系，不同的有效控制电压对应于不同的椭圆曲线[15]，如下图所示：

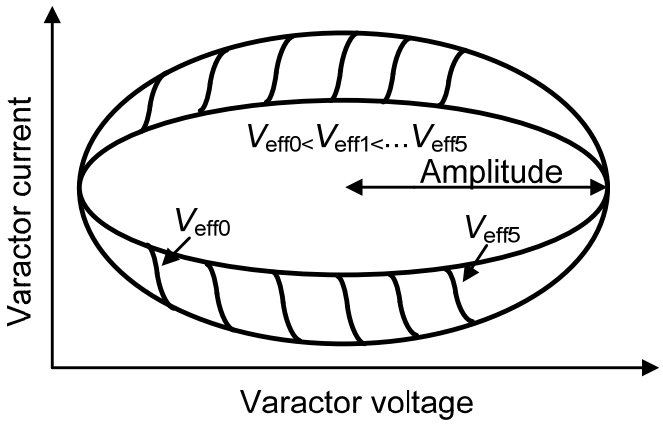


图 3-8 电容的电流-电压曲线

$$\begin{cases}\left(\dfrac{V}{A}\right)^2+\left(\dfrac{i}{\omega C_{\min}A}\right)^2=1 & V\le V_{eff}\\ \left(\dfrac{V}{A}\right)^2+\left(\dfrac{i}{\omega C_{\max}A}\right)^2=1 & V\ge V_{eff}\end{cases}\tag{3.10}$$

当 MOS 管在振荡周期内始终处于强反型区时有最大电容，此时的电流-电压特性曲线为最外侧的椭圆；当MOS管在振荡周期内始终处于耗尽区时有最小电容，此时的电流-电压特性为最内侧的椭圆。有效控制电压变化时对应的曲线为两个椭圆的拼接，如图 3-8 中所示。计算时可以用有效电容 C_{eff} 的电流—电压椭圆曲线来等效两个椭圆拼接而成的图形，椭圆的长短轴分别为：$V_{max}=A$，$I_{max}=\omega_0 C_{eff}A$，面积可以表示为：

$$area=\pi\omega_0 C_{eff}A^2\tag{3.11}$$

两个椭圆拼接而成的图形面积可以表示为：

$$\oint idv=2\left(\int_{-A}^{Veff}idv+\int_{Veff}^{A}idv\right)\tag{3.12}$$

令两个式子相等可以求出有效电容 C_{eff}：

$$C_{eff}=\frac{1}{2}\left(C_{\max}+C_{\min}\right)+\frac{1}{\pi}\left(C_{\max}-C_{\min}\right)\left(\sin^{-1}\frac{V_{eff}}{A}+\frac{V_{eff}}{A}\sqrt{1-\left(\frac{V_{eff}}{A}\right)^2}\right)\tag{3.13}$$

此时计算出的电容值即为可变电容在整个振荡周期中的有效电容。值得注意的是，可以通过采用低阈值的晶体管来减小电容在振荡周期内的变化，特别是在数控电容阵列中，控制电压为 0 和 V_{dd}，MOS 管在整个振荡周期内(或绝大部分时间内)处于反型区或者耗尽区，电容几乎保持不变。

MOS 管的串联电阻主要有反型沟道电阻和栅电阻：

$$R_S=\frac{1}{12}\times\frac{1}{N}\left(R_{ch,\square}\times\frac{L}{W}+R_{poly,\square}\times\frac{W}{L}\right)\tag{3.14}$$

$R_{ch,\square}$是沟道线性区的方块电阻，N 是叉指数，$R_{poly,\square}$是栅极方块电阻。由于 $R_{ch,\square}$>> $R_{poly,\square}$，因此上式中的第二项可以忽略。栅电容表达式可以写为 $C_{ox}WL$，其中 $C_{ox}=\varepsilon_{ox}/t_{ox}$ 则品质因数 Q 为：

$$Q \propto \frac{1}{\omega_0 C_{ox} W L R_{ch,\square} \times \frac{L}{W}} \propto \frac{t_{ox}}{\omega_0 \varepsilon_{ox} L^2 R_{ch,\square}} \tag{3.15}$$

在上式中可以看出，随着工艺的提升，品质因数会随着栅长的减小而增大[10]。

在电容的阶跃模型中，最小电容对应于最高的振荡频率，最大电容对应于最低的振荡频率，应用于振荡器负载时，电容阵列的最小、最大电容之和限制了振荡器的最大振荡频率和最小频率，即振荡器的调谐范围；最大最小电容之差则表示电容变化范围，对应于振荡器的调谐精度，因此在设计振荡器时，需要根据调谐指标来设计用作可变电容的晶体管尺寸。

第四章 相位噪声分析

4.1 相位噪声基本概念

无论是电感电容压控振荡器还是晶体振荡器，相位噪声都是衡量频率稳定性的关键指标，具有低相位噪声的振荡器设计既是关键点又是难点。本章对几种相位噪声的分析方法做详细的阐述。需要指出的是，晶体模型中既有串联谐振又有并联谐振，而根据阻抗变换原理，可以将其等效为 *LC* 并联结构，同时为了便于与电感电容压控振荡器类比，下面对相位噪声的分析将以 *LC* 并联振荡器为例。

4.1.1 振荡器中的相位噪声

根据前面的分析，理想振荡器的输出是完全周期性的正弦波，可以表示为：$x(t)=A\cos(\omega_0 t)$，其中 A 为振幅，ω_0 为振荡频率，过零点出现在 $T_c=2\pi/\omega_c$ 的整数倍处，而实际振荡器由于存在噪声的影响，使其过零点并非严格的出现在 nT_c 处，振幅也并非是恒定值 A，可以将其表示为 $x(t)= A(t)\cos(\omega_0 t+\varphi(t))$，$\varphi(t)$是随机性相位抖动(phase fluctuation)，$A(t)$是随机性的幅度抖动(amplitude fluctuation)，由于 $\phi(t)$的存在使得波形的过零点位置及振幅发生变化，如图 4-1 所示。通常幅度噪声量可以被限幅电路或者电路的非线性降低甚至消除掉，而相位噪声很难通过电路去除，因此需要对振荡器的相位噪声进行细致分析[16]。

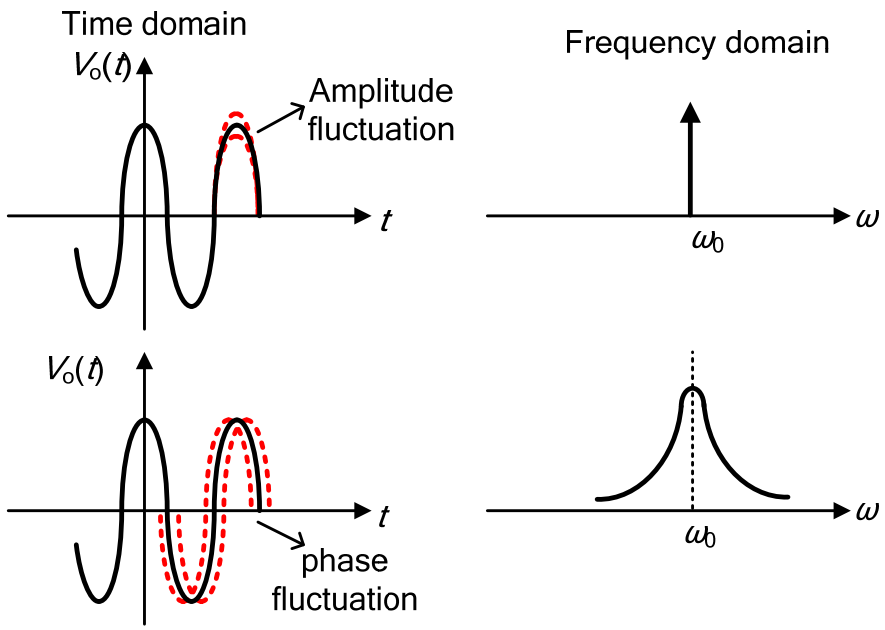


图 4-1 振荡器噪声时域、频域表示

理想振荡器输出在频域上可以表示为 ω_0 处的冲击函数，而实际振荡器的输出由于掺入了相位和幅度的随机抖动量而在频谱上呈现出向两侧扩展的趋势。

以上两种表示实际振荡器的频率波动的方法分别称为时间域的抖动(jitter)和频率域的相位噪声(phase noise)，而这两者又是互相联系的。在相位抖动 $\phi(t)$<<1 rad 的情况下，输出波形可以表示为：

$$x(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \tag{4.1}$$

$$x(t) = A(t)\cos\omega_0 t - A(t)\sin\omega_0 t\sin\varphi(t) \tag{4.2}$$

$$x(t) = A(t)\cos\omega_0 t - A(t)\varphi(t)\sin\omega_0 t \tag{4.3}$$

从(4.3)中可以看出，输出波形的频谱包括 ω_0 处的脉冲和被搬移到中心频率处的相位抖动 $\varphi(t)$的频谱，即图 4-1 中的“裙带特性”正是 $\varphi(t)$在频域中的作用。

由于我们所关心的噪声是在中心频率的两侧，需要定义一个距离中心频率 ω_0 的频率偏移量(frequency offset)。如图 2 所示，相位噪声定义为频率偏移量 $\Delta\omega$ 处 1Hz 内的单边带噪声谱密度与载波的功率的比值。例如全球移动通信系统(GSM)要求振荡器在频偏为 600kHz 时的相位噪声低于-115dBc/Hz。

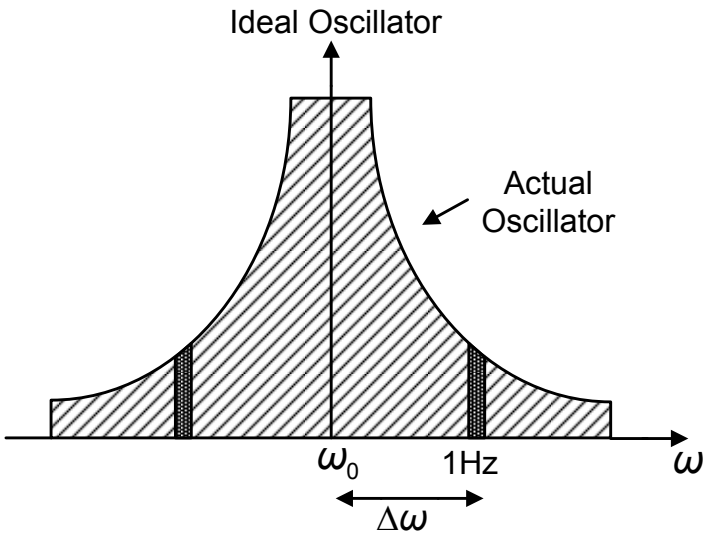


图 4-2 振荡器的输出频谱

D.B.Lesson 在 1966 年提出了一种经验噪声模型[18]，

$$L\{\Delta\omega\} = 10\cdot\log\left\{\frac{2FkT}{P_s}\cdot\left[1+\left(\frac{\omega_0}{2Q_L\Delta\omega}\right)^2\right]\cdot\left(1+\frac{\Delta\omega_{1/f^3}}{|\Delta\omega|}\right)\right\} \tag{4.4}$$

其中 F 是一个经验参数，通常称为器件的额外噪声系数，k 是玻尔兹曼常量，T 为绝对温度，P_s 为谐振电路的平均功耗，ω_0 为振荡频率，Q_L 为带负载条件下的谐振品质因数，$\Delta\omega$ 为频率偏移量，$\Delta\omega_{1/f^3}$ 为 $1/f^3$ 和 $1/f^2$ 区域的拐点频率。

该模型是建立在假设电感电容谐振电路为线性时不变系统的条件下，而且额外噪声系数 F 必须通过测试得到，因此该模型方程不具备进行相位噪声预先分析的能力。该噪声模型的典型曲线如图 4-3 所示，相位噪声的 $1/f^3$ 与器件的 $1/f$ 噪声拐角频率点 $\Delta\omega_{1/f}$ 相同，但是实际振荡器相位噪声测试表明两者并不相等，因此可以认为 Lesson 模型中的 $\Delta\omega_{1/f^3}$ 频率实际上是一个经验拟合值，并不具备任何物理意义。两个拐角频率之间的差别的详细分析将在本章第三节详细论述。

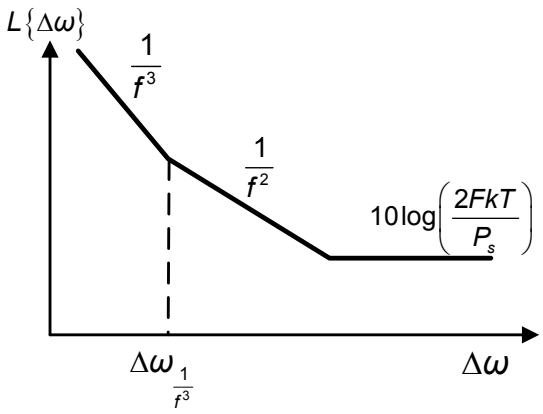


图 4-3 振荡器相位噪声的典型曲线

至今为止许多人相机提出了许多新的相位噪声产生的物理机制和分析方法，这些理论和分析方法主要可以分为三大类：线性时不变(LTI, Liner Time Invariant)分析，线性相位时变(LPTV, Linear Phase Time Varying)分析和非线性时不变(NTI, Nonlinear Time Invariant)分析，其中后两者又可以归结为脉冲敏感函数(ISF)分析方法和矢量分析方法。

4.1.2 相位噪声的影响

下面以接收机前端为例来理解相位噪声在射频系统中的影响。接收机前端如图 4-4 中所示，两个射频信号与振荡器外差从而产生一对中频信号，即 $\omega_{IF}=\omega_{RF}-\omega_{IN}$，假设振荡器是非理想的，并且所希望接收的射频信号比邻近信道上的信号要弱很多。在前端滤波器没有足够的分辨率来进行信道滤波的情况下，两个信号在频率变换到中频的过程中保留了两者的相对大小。因为中频信号的频谱宽度不为零，因此下变频后的射频信号也有一定的频谱宽度。从图中明显可以看出，希望接受的信号完全淹没在临近信号的尾带中，因此在前端滤波器分辨率一定的情况下降低振荡器的相位噪声是提高接收性能的重要手段[16]。

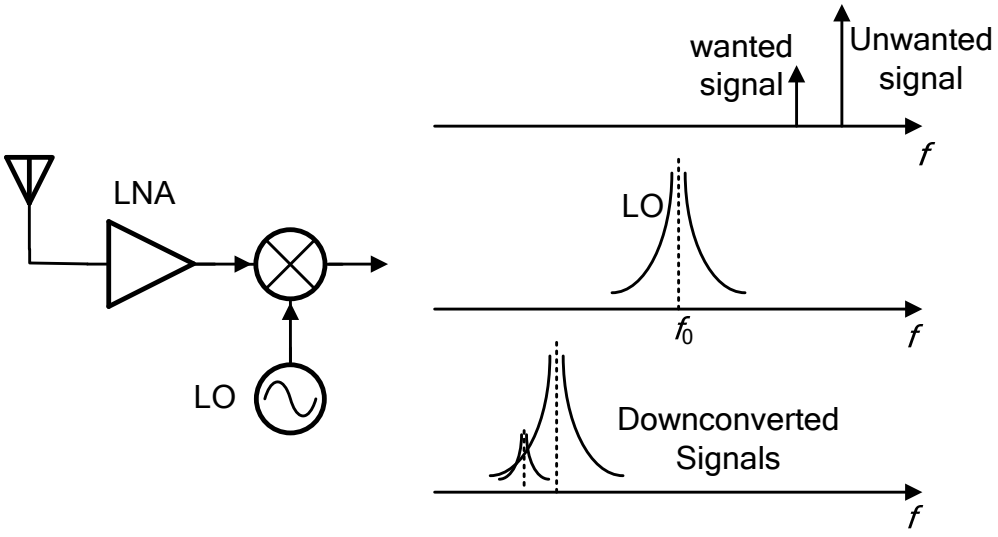
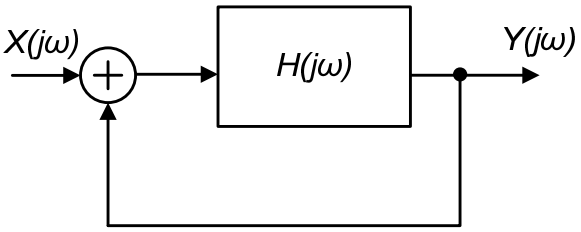


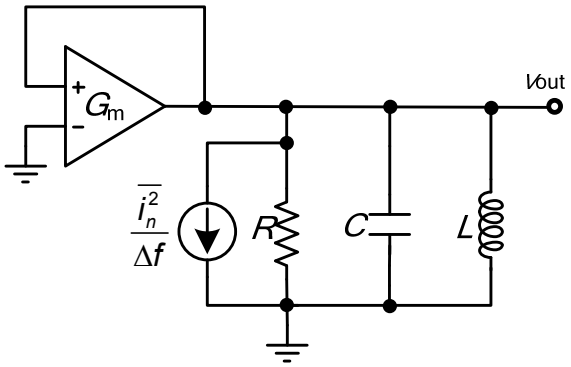
图 4-4 接收机前端及信号下变频过程

4.2 相位噪声的脉冲敏感函数分析法

4.2.1 线性时不变分析



(a)线性反馈系统



(b)振荡器单端线性等效模型

图 4-5 电感电容振荡器线性等效模型

1995 年和 1996 年分别由 Craninckx 和 Razavi 提出的相位噪声分析方法都

将振荡器看作是一个线性反馈系统，如图 4-5 (a)中所示，根据系统的传递函数可以计算出器件噪声引入的振荡器的相位噪声

图 4-5 (b)是电感电容振荡器的单端线性等效电路图，包括电感 L，电容 C 以及谐振电路的寄生并联电阻 R_p(包括电感的串联电阻 R_l 和电容的串联电阻 R_c 等效而来，在晶体模型中为 R_s 的并联等效电阻)。交叉耦合的 MOS 对管产生的负阻为-1/G_m，$\overline{i_n^2}/\Delta f$ 为并联电阻的电流噪声源。

电感电容谐振回路等效电路的开环传递函数为 $H(j\omega)$，其闭环传递函数为：

$$\frac{Y}{X}(j\omega)=\frac{H(j\omega)}{1+H(j\omega)} \tag{4.5}$$

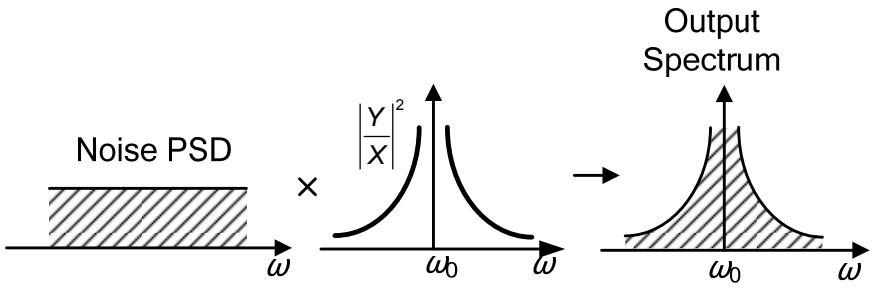


图 4-6 振荡器相位噪声示意图

图 4-6 形象地展示了器件的白噪声是如何通过线性负反馈传递函数转变成振荡器的相位噪声的。在振荡频率 ω_0 处，只有当 $H(j\omega)$=-1 时，式(4.5)趋近于无穷大，此时电感电容谐振电路开始振荡。

图 4-5 (b)中的 RLC 等效模型的开环传递函数可以表示为：

$$H(\mathrm{j}\omega)=G_m\cdot\left(R_p \parallel \mathrm{j}\omega L \parallel \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)=G_m\cdot\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\omega^2 LC+\mathrm{j}\omega\frac{L}{R_p}} \tag{4.6}$$

传递函数的虚部为：

$$\mathrm{Im}\left[H(\mathrm{j}\omega)\right]=G_m\cdot\frac{\omega L\left(1-\omega^2 LC\right)}{\left(1-\omega^2 LC\right)^2+\omega^2\left(\frac{L}{R_p}\right)^2} \tag{4.7}$$

当 Im[$H(\mathrm{j}\omega)$]=0 时，振荡器开始振荡，此时振荡频率为：

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} \tag{4.8}$$

在频率 $\omega=\omega_0+\Delta\omega$ 点，开环传递函数为 $H(\mathrm{j}\omega)=H(\mathrm{j}\omega_0)+\Delta\omega\frac{dH}{d\omega}$，其闭环传递函数为：

$$\frac{Y}{X}\left[\mathrm{j}(\omega_0+\Delta\omega)\right]=\frac{H\left(\mathrm{j}\omega_0\right)+\Delta\omega\dfrac{dH}{d\omega}}{1+H\left(\mathrm{j}\omega_0\right)+\Delta\omega\dfrac{dH}{d\omega}} \tag{4.9}$$

由于 $H(j\omega)=-1$，而且 $\Delta\omega\dfrac{dH}{d\omega}\ll 1$，式(4.9)可以化简为：

$$\frac{Y}{X}\left[\mathrm{j}(\omega_0+\Delta\omega)\right]\approx\frac{-1}{\Delta\omega\dfrac{dH}{d\omega}} \tag{4.10}$$

为了进一步得到闭环传递函数，我们可以将开环传递函数表示成复数的指数形式：

$$H\left(\mathrm{j}\omega\right)=A\left(\omega\right)\exp\left[\mathrm{j}\Phi\left(\omega\right)\right] \tag{4.11}$$

其中 $A(\omega)$是 $H(j\omega)$的振幅，$\Phi(\omega)$为 $H(j\omega)$的相位。因此

$$\frac{dH}{d\omega}=\frac{dA\left(\omega\right)\exp\left[\mathrm{j}\Phi\left(\omega\right)\right]}{d\omega}=\left(\frac{dA}{d\omega}+\mathrm{j}A\frac{d\Phi}{d\omega}\right)\exp\left[\mathrm{j}\Phi\right] \tag{4.12}$$

当 $\omega=\omega_0$，$A=1$ 时，式(4.12)可以进一步表示为

$$\left|\frac{Y}{X}\left[\mathrm{j}(\omega_0+\Delta\omega)\right]\right|^2=\frac{1}{\left(\Delta\omega\right)^2\left[\left(\dfrac{dA}{d\omega}\right)^2+\left(\dfrac{d\Phi}{d\omega}\right)^2\right]} \tag{4.13}$$

定义电感电容谐振电路的开环品质因数 Q 为：

$$Q=\frac{\omega_0}{2}\sqrt{\left(\frac{dA}{d\omega}\right)^2+\left(\frac{d\Phi}{d\omega}\right)^2} \tag{4.14}$$

式(4.13)可以表示为

$$\left|\frac{Y}{X}\left[\mathrm{j}(\omega_0+\Delta\omega)\right]\right|^2=\frac{1}{4Q^2}\left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2 \tag{4.15}$$

得到了振荡电路的闭环传递函数后，我们可以分别计算在频偏 $\Delta\omega$ 处的不同噪声源所产生的振荡器输出噪声的功率谱密度。

4.2.2 线性相位时变分析

在前面的推导中假定了系统具有线性和时不变的性质。现在逐一分析这些假设，实际振荡器的一个基本的性质就是其非线性，正因为如此才能够达到限幅的目的。在仿真中可以发现，注入到振荡器中的单一频率的正弦信号的扰动会产生两个等幅度的边带，而且这两个边带关于载频是对称分布的。因为线性时不变系统(LTI)不能实现频率的变换，而非线性系统则可以做到，所以通常采用非线性混频来解释相位噪声。

另一方面，扰动可以视为是叠加在主振荡上的干扰。它们的振荡幅度远远小

于载波的振幅，因此假设注入一定量的噪声后输出产生了一定量的相位扰动，则应当可以预计，当注入噪声加倍时，其相应的扰动也会加倍。因此线性的性质是一个合理(而且可以通过实验测得)的假设。至少对于噪声-相位传递函数而言是这样的。因此在利用线性的性质时要明确是针对哪些输入输出变量的，线性的假设并不等同于忽略有源器件的非线性行为，因为在得到系统的稳态解时器件的非线性已经被考虑在内。这与放大器的分析类似，其中的小信号增益被定义为关于一个用大信号非线性方程得到的在一定偏置下的解。这样就可以与先前关于非线性幅度控制的认识没有矛盾了。根据这个定义，电路可以对某些变量具有非线性关系，而对另外一些变量则呈现非线性关系。时不变也不是整个电路的性质，它同样取决于所选的变量。

基于以上的讨论，Hajimiri 提出了一种定量分析相位噪声的线性相位时变模型[19][20]。线性相位时变噪声模型可以分析器件闪烁噪声上变频成为相位噪声的程度与振荡波形对称性的关系。通常认为，相位噪声的 $1/f^3$ 噪声的拐角点就是器件闪烁噪声的拐角点，而通过线性相位时变噪声模型的分析，可以知道前者要小于后者。振荡器的这种特性，使得在闪烁噪声性能差的 CMOS 工艺上也能够设计出具有良好相位噪声性能的振荡器，甚至可以比双极型工艺还要好。

任何一个振荡器都可以看作是 N 个噪声源作为输入，输出振荡幅度为 $A(t)$、相位为 $\Phi(t)$的系统。电流噪声源并联在电路的电压节点上，而电压噪声源串联在电路的电流支路上。对于每一个噪声源，系统都可以看作是一个单输入－单输出系统。首先考虑一个电流冲击对于最简单的谐振系统(没有损耗的 LC 谐振回路)的影响，假设该系统已经起振并且达到了稳态，在时刻 τ 给系统注入一个小幅度的脉冲电流，如图 7 所示：

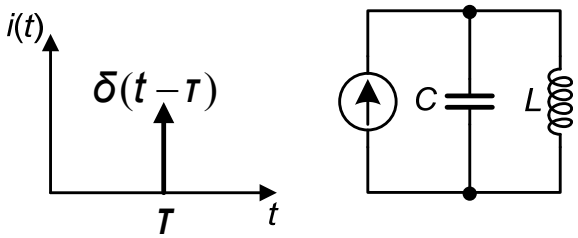


图 4-7 被电流脉冲激励的 LC 振荡器

如果注入时刻发生在幅度的最大值处，则振荡幅度会突然增加一个 $\Delta V=\Delta Q/C$ 的量，其中 ΔQ 为电流脉冲注入的电荷总量，C 为注入节点的总电容，由于对冲击的响应在相位上与先前存在的振荡精确叠加，因此跨越零点的时刻并不改变，相反的，如果在振荡波形的过零点处注入电流脉冲，则只会改变振荡器的相位，而不会影响振荡幅度，如图 4-8 所示。

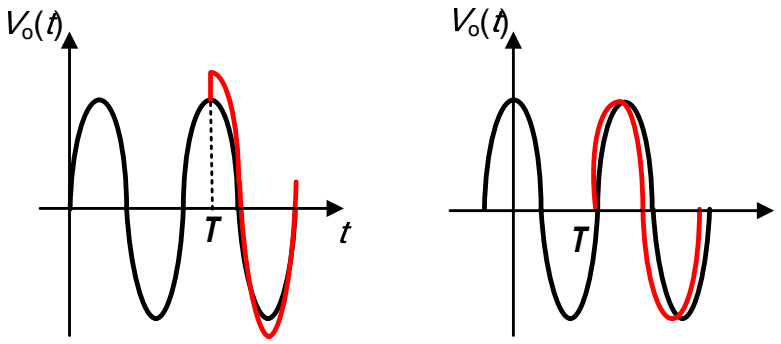


图 4-8 LC 振荡器对冲击激励的相应

由于噪声至相位转换的线性假设依然是成立的，因此冲击响应可以完全地表征这个系统。与时不变响应相比，仅有的差别是这里的冲击响应是两个变量的函数，即观察点的时刻 t 与注入激励的时刻 τ。冲击脉冲输入产生相位上的阶跃变化，即冲击响应为

$$h_{\varphi}(t,\tau)=\frac{\Gamma(\omega_0\tau)}{q_{\max}}u(t-\tau) \tag{4.16}$$

其中，$q_{\max}$ 是节点处的最大电荷，$u(t)$是一个阶跃函数。$\Gamma(x)$定义为相位增量的脉冲敏感函数(ISF, Impulse Sensitivity Function)，它是一个无量纲的与频率和幅度无关的函数，周期为 2π。它表征振荡器对于相位 $\omega_0 t$ 处注入的冲击的灵敏度。在之前的例子中，$\Gamma(x)$在振荡的过零点附近存在最大值，在振荡波形的峰值处为 0。

给定了 ISF 之后，输出相位的增量 $\Phi(t)$可以通过下式来计算：

$$\Phi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h_{\varphi}(t,\tau)\cdot i(\tau)d\tau=\frac{1}{q_{\max}}\int_{-\infty}^{t}\Gamma(\omega_0\tau)\cdot i(\tau)d\tau \tag{4.17}$$

其中 $i(\tau)$表示注入节点的噪声电流，由于 ISF 为周期函数，其相应的傅立叶展开可以表示为[21],

$$\Gamma(\omega_0\tau)=\frac{c_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}C_n\cos(n\omega_0\tau+\theta_n) \tag{4.18}$$

其中 θ_n 为 n 次谐波的初始相位，C_n 为实系数，对于随机输入噪声源来说 θ_n 并不重要，因此在计算的时候可以将其忽略掉。将上述展开式代入(4.17)可得：

$$\Phi(t)==\frac{1}{q_{\max}}\left[\frac{c_0}{2}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)d\tau+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\int_{-\infty}^{t}i(\tau)\cos(n\omega_0\tau)d\tau\right] \tag{4.19}$$

相应的数学运算可以通过图像的方法表示出来，如图 4-9 所示，归一化后的噪声电流可以理解为宽带的射频信号，与 ISF 的各次谐波混频后叠加到输出，产生相位抖动。当脉冲敏感函数的傅立叶系数确定后，通过上式可以计算出输入电流噪声为 $i(t)$时的相位增量。

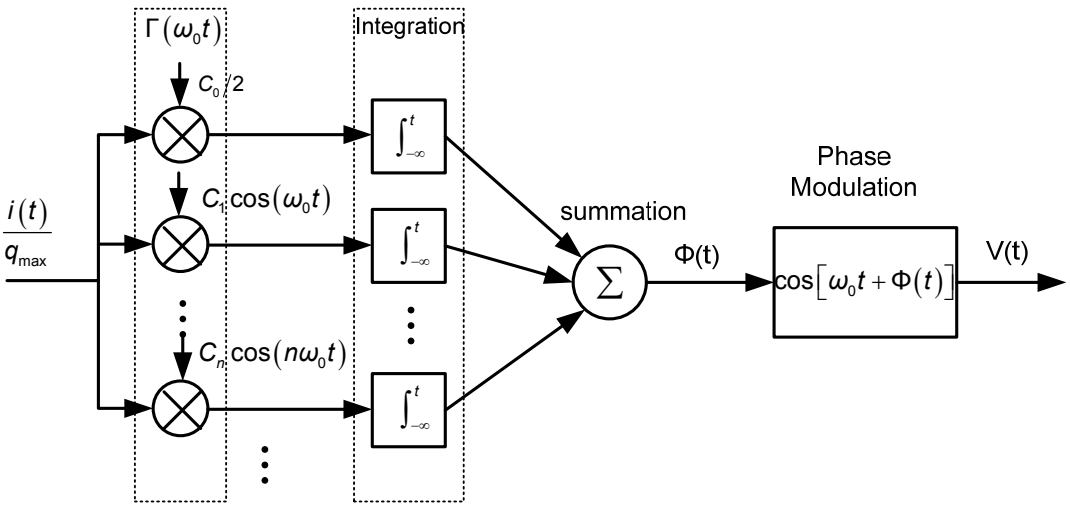


图 4-9 ISF 等效系统

例如注入一个低频的扰动电流 $i(t)=I_0\cos(\Delta\omega t)$，其中 $\Delta\omega<<\omega_0$，I_0 为 $i(t)$的最大振幅。代入(4.19)可得：

$$\Phi(t)=\frac{1}{q_{\max}}\left[\frac{c_0}{2}\int_T^{T+t}I_0\cos(\Delta\omega\tau)d\tau+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\int_T^{T+t}I_0\cos(\Delta\omega\tau)\cos(n\omega_0\tau)d\tau\right]$$

$$=\frac{I_0c_0}{2q_{\max}}\frac{\sin(\Delta\omega t)}{\Delta\omega}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_nc_n}{2q_{\max}}\int_T^{T+t}\left[\cos(n\omega_0+\Delta\omega)t+\cos(n\omega_0-\Delta\omega)t\right]d\tau$$

$$=\frac{I_0c_0}{2q_{\max}}\frac{\sin(\Delta\omega t)}{\Delta\omega}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_nc_n}{2q_{\max}}\left[\frac{\sin(n\omega_0+\Delta\omega)t}{n\omega_0+\Delta\omega}+\frac{\sin(n\omega_0-\Delta\omega)t}{(n\omega_0-\Delta\omega)}\right] \quad (4.20)$$

从式(4.20)中可以看出，除 C_0 之外的项均由于积分的平均性而被衰减，因此只剩下第一项，即：

$$\Phi(t)=\frac{I_0c_0\sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max}\Delta\omega} \quad (4.21)$$

因此在 $\Phi(t)$的功率谱上将出现$\pm\Delta\omega$ 处的两个脉冲。另外一个特例是在载波附近注入电流 $i(t)=I_1\cos(\omega_0+\Delta\omega)t$，类似前面的分析方式，积分后的显著项为

$$\Phi(t)=\frac{I_1c_1\sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max}\Delta\omega} \quad (4.22)$$

更一般地，考虑注入 $m\omega_0$ 处的正弦电流 $i(t)=I_1\cos(m\omega_0+\Delta\omega)\,t$，且 $\Delta\omega<<\omega_0$，代入积分可得其显著项为：

$$\Phi(t)=\frac{I_0c_0}{2q_{\max}}\frac{\sin(m\omega_0+\Delta\omega)t}{m\omega_0+\Delta\omega}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_nc_n}{2q_{\max}}\int_T^{T+t}\left[\cos(m\omega_0+\Delta\omega+n\omega_0)t+\cos(m\omega_0+\Delta\omega-n\omega_0t)\right]d\tau$$

(4.23)

上式中只有 $n=m$ 时为显著项，其余项均可忽略，因此有：

$$\Phi(t)=\frac{I_{\mathrm{m}}c_{\mathrm{m}}\sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max}\Delta\omega} \tag{4.24}$$

其频谱在±Δω 处存在两个相等的旁带，通过式(4.24)可以得到 $\Phi(t)$的频谱，但这只是给出了电流噪声源到相位增量的转换过程，并没有最终等效到输出电压，为了得到这一结果需要考虑相位到输出电压的转换过程。输出电压可以被近似为正弦信号，$V_{\mathrm{out}(t)}=\cos[\omega_0 t+\Phi(t)]$，这个转换本质上是非线性的，因为它包含了一个正弦波的相位调制。但是由于 $\Phi(t)$是一个微小量，因此可以将输出电压进一步化简：

$$V_{out}(t)=\cos\left[\omega_0 t+\Phi(t)\right] \tag{4.25}$$

$$=\cos\omega_0 t\cos\Phi(t)-\sin\omega_0 t\sin\Phi(t) \tag{4.26}$$

$$=\cos\omega_0 t-\Phi(t)\sin\omega_0 t \tag{4.27}$$

从式(4.27)可以看出，虽然转换本质上是非线性的，但是幅度的依赖关系却是线性的，而且这一关系已经被很多实际的振荡器通过实验所证实[19]。因此在假设注入小幅度的扰动的前提下，通过相位到电压转换后根据式(4.27)可得单频信号注入会在载频两侧对称的产生两个功率相等的边带：

$$L\{\Delta\omega\}=10\cdot\log\left(\frac{I_{\mathrm{m}}c_{\mathrm{m}}}{4q_{\max}\Delta\omega}\right)^2 \tag{4.28}$$

该结论可以被推广到白噪声源的一般情形：

$$L\{\Delta\omega\}=10\cdot\log\left(\frac{\frac{\overline{i_n^2}}{\Delta f}\sum_{n=0}^{\infty}c_n^2}{4q_{\max}^2\Delta\omega^2}\right) \tag{4.29}$$

式(4.28)、(4.29)指出了噪声信号通过上变频和下变频被转换到载波附近的噪声，如图 4-10 所示。从该图中可以看出前面的推导过程，即所有整数倍载波频率附近的噪声都被变换到载波频率附近。

直流附近的噪声经过上变换并且乘上系数 C_0，因此 $1/f$ 噪声变成载频附近的 $1/f^3$ 噪声；载波附近的噪声被乘上了权重 C_1，载频的高阶整数倍附近的白噪声被下变换到载频附近，转换为 $1/f^2$ 区域的噪声。因此，如果能够减小系数 C_n(通过减小 ISF 得到)，就可以减小相位噪声

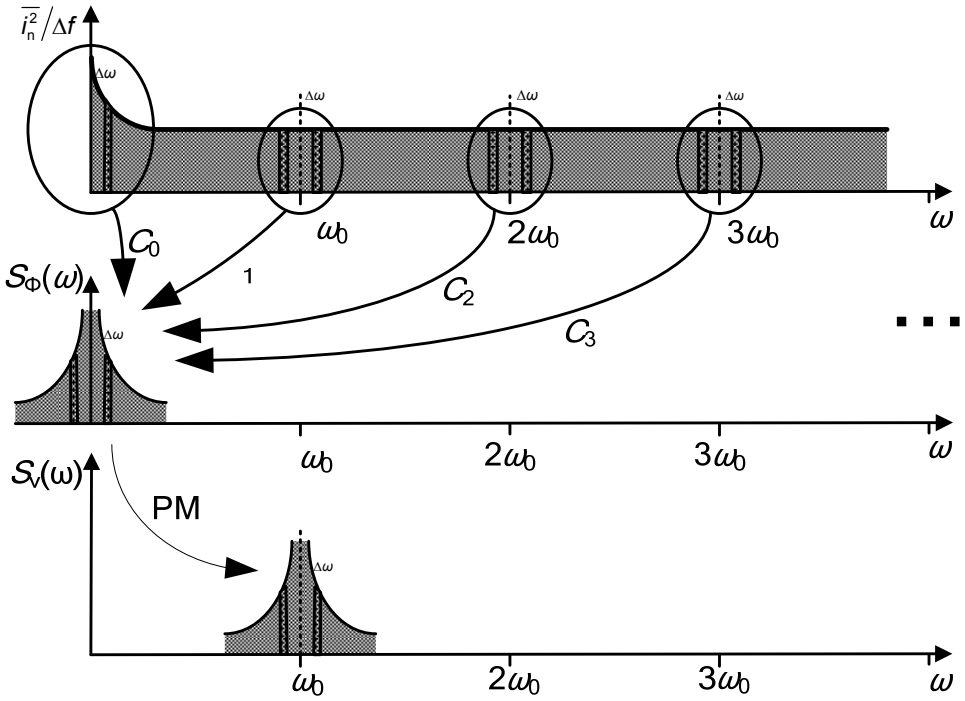


图 4-10 器件噪声到相位噪声的转变

根据巴塞伐尔(Parseval)定理可知：

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_m^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \left|\Gamma(x)\right|^2 dx = 2\Gamma_{rms}^2 \tag{4.30}$$

其中 Γ_{rms} 为 $\Gamma(x)$的均方根，在其他参数不变的情况下，减小 Γ_{rms} 可以减小整个频域的相位噪声。$1/f^2$ 区域的严格表达式为：

$$L\{\Delta\omega\} = 10\cdot\log\left(\frac{\Gamma_{rms}^2}{q_{max}^2}\cdot\frac{\overline{i_n^2}/\Delta f}{2\Delta\omega^2}\right) \tag{4.31}$$

此式中不存在任何经验拟合参数，假设器件的电流闪烁噪声的功率谱表示为，

$$\overline{i_{n,1/f}^2} = \overline{i_n^2}\cdot\frac{\omega_{1/f}}{\Delta\omega},\ (\Delta\omega < \omega_{1/f}) \tag{4.32}$$

其中 $\omega_{1/f}$ 为器件的闪烁噪声的拐角点频率。将式(4.32)代入到式子(4.31)得，

$$L\{\Delta\omega\} = 10\cdot\log\left(\frac{c_0^2}{q_{max}^2}\cdot\frac{\overline{i_n^2}/\Delta f}{8\Delta\omega^2}\cdot\frac{\omega_{1/f}}{\Delta\omega}\right) \tag{4.33}$$

当器件的闪烁噪声产生的相位噪声与器件的白噪声产生的相位噪声相等时的拐角频率点定义为相位噪声 $1/f^3$ 和 $1/f^2$ 区域间的拐角频率 $\omega_{1/f}$，也即式子(4.31)与式子(4.33)相等，可得，

$$\frac{\omega_{1/f^3}}{\omega_{1/f}} = \frac{c_0^2}{4\Gamma_{rms}^2} = \left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}}\right)^2 \tag{4.34}$$

由此可以看出，$1/f^3$ 的相位噪声拐点频率并不一定与 $1/f$ 器件噪声拐点相一致。其中脉冲敏感函数 ISF 的直流分量 $\Gamma_{dc}=C_0/2$。振荡器的相位噪声的频率拐角点 ω_{1/f^3} 是器件 $1/f$ 噪声的拐角点 $\omega_{1/f}$ 的 $\left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}}\right)^2$ 倍，通常情况下 $\left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}}\right)^2 \le 1$。因为脉冲敏感函数 ISF 的直流分量 $C_0/2$ 表征了振荡波形的对称性，为了降低低频偏处的相位噪声，振荡波形往往设计得尽量对称，这样可以降低相位噪声的拐角频率点 ω_{1/f^3}。

在许多振荡器中，噪声源并不能很好地被当作是准稳态的。噪声电流是偏置电流的函数，而偏置电流会随着振荡波形周期性地在大范围内变动，所以必须引入周期函数 $\alpha(\omega_0 t)$来将周期平稳噪声源转换成平稳的白噪声源，这样才能够采用上述一系列的分析方法。例如：MOS 管的漏、源电流是栅极偏置电压的周期函数，MOS 管的漏、源电流噪声可以是看作是白噪声与一个周期函数的乘积：

$$i_n(t) = i_{n0}(t)\cdot\alpha(\omega_0 t) \tag{4.35}$$

其中 i_{n0} 是一个稳态的白噪声源，其峰值等于周期性稳态噪声源的峰值；$\alpha(x)$是一个峰值为 1 的周期性无量纲函数，称为噪声调制系数(NMF)，将这个噪声电流的表达式代入公式(4.34)可以得到有效脉冲敏感函数 $\Gamma_{eff}(x)$

$$\Gamma_{eff}(x) = \Gamma(x)\cdot\alpha(x) \tag{4.36}$$

对于实际的振荡器电路，有效脉冲敏感函数 $\Gamma_{eff}(x)$ 的引入，可以使得周期平稳噪声源转换成平稳的白噪声，从而可以采用上述一系列的噪声分析方法。

4.3 相位噪声的矢量分析法

相位噪声的矢量分析法是在频域中分析相位噪声产生过程的一种方法，仅适用于近正弦输出的振荡器，Hajimiri 在分析过程中引入了脉冲敏感函数的概念，而采用矢量分析法不必引入任何特殊理论概念，下面将对此做具体说明。

本节先从振荡器的负阻模型出发，分析相位波动(phase fluctuations)对输出噪声的贡献，在此基础上进一步分析了幅度波动(amplitude fluctuations)对输出噪声的贡献，采用脉冲敏感函数的方法没有能够解释这一现象，尽管实际振荡器幅度的抖动可以通过电路本身非线性而抑制，但对这一过程的分析有助于对相位噪声的理解。

4.3.1 振荡器的电流通路

近正弦输出的振荡器模型为有损谐振腔与非线性能量恢复(energy-restoring nonlinearity)元件的并联[22]。

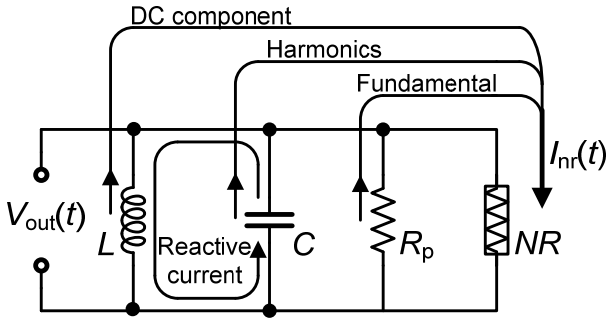


图 4-11 振荡器的电流通路

在满足振荡的条件下，根据 Lesson 模型可以写出由相位波动引起的输出噪声功率谱密度为：

$$\widehat{V_{nPM}^2} = 2kTFR_p(\frac{\omega_0}{2Q\omega_m})^2 \tag{4.37}$$

其中 Q 为谐振腔的品质因数，ω_0 为振荡频率，ω_m 为 ω_0 处的频偏，模型中的经验参数 F 就是本文讨论的重点，同时模型中忽略了由幅度波动引起的输出噪声 $\widehat{V_{nPM}^2}$。

相位抖动和幅度抖动都会贡献到总的输出噪声，振幅记为 A_c，因此有：

$$L\{\omega_m\} = \frac{\widehat{V_n^2}}{A_c^2/2} = \frac{\widehat{V_{nPM}^2} + \widehat{V_{nAM}^2}}{A_c^2/2} \tag{4.38}$$

基于准正弦输出的假设，任何振荡器都可以用负阻模型进行分析，而且任何噪声源均可以等效为并联在谐振腔的噪声电流源。其他频率成分由于被谐振腔抑制而不会对输出产生影响，因此准正弦输出的假设是成立的。基于上述假设，可以通过分别施加幅度调制噪声电流源和相位调制噪声电流源激励来得到两者的传输函数。将电路中的噪声电流源分解为相位调制部分和幅度调制部分，再乘以相应的传输函数即可得到最终的输出噪声。

为了维持振荡，在一个振荡周期内由非线性电路所提供的能量(P_{nr}）与有损谐振腔消耗的能量(P_{tank})应当相等，因此有：

$$\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P_{tank}(t)dt + \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P_{nr}(t)dt = 0 \tag{4.39}$$

由此非线性电路的瞬时跨导为：

$$G_m(t) = \frac{dI_{nr}(t)}{dV_{out}(t)} = \frac{dI_{nr}(t)}{dt} \bullet \frac{dt}{dV_{out}(t)} \tag{4.40}$$

假设输出电压的形式为 $V_{out}(t)=A_c\cos(\omega_0 t)$，则非线性电路的输出电流为：

$$I_{nr}(t) = I_{nr_{DC}} + \int_{-\infty}^{t} G_m(\tau)\frac{dV_{out}(\tau)}{d\tau}d\tau = I_{nr_{DC}} - \omega_0 A_C \int_{-\infty}^{t} G_m(\tau)\sin(\omega_0\tau)d\tau \tag{4.41}$$

非线性电路的平均功耗为：

$$P_{\mathrm{NR}}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}V_{\mathrm{out}}(t)I_{\mathrm{nr}}(t)dt=\frac{-\omega_0 A_{\mathrm{c}}^2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\cos(\omega_0 t)\left(\int_{-\infty}^{t}G_{\mathrm{m}}(\tau)\sin(\omega_0\tau)d\tau\right)dt \tag{4.42}$$

交换上式的积分顺序有：

$$P_{\mathrm{NR}}=\frac{-\omega_0 A_{\mathrm{c}}^2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\int_{\tau}^{\frac{T}{2}}\cos(\omega_0 t)\bullet G_{\mathrm{m}}(\tau)\sin(\omega_0\tau)dtd\tau$$

$$P_{\mathrm{NR}}=\frac{A_{\mathrm{c}}^2}{2T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}G_m(\tau)(1-\cos(2\omega_0\tau))d\tau \tag{4.43}$$

假设非线性部分是纯阻性的，因此也是无记忆的。任何无记忆系统的输出仅决定于当前时刻的输入，在施加初始相位为零的余弦激励时，输出将会是实偶函数。因此(4.43)可以写为：

$$P_{\mathrm{NR}}=\frac{A_{\mathrm{c}}^2}{2}\left(G_{\mathrm{M}}[0]-G_{\mathrm{M}}[2]\right) \tag{4.44}$$

其中 $G_{\mathrm{M}}[k]$为瞬时跨导 $G_{\mathrm{m}}(t)$傅立叶级数展开后的第 k 次项系数。根据式(4.39)和(4.44)，并根据 $P_{\mathrm{tank}}=A_{\mathrm{c}}^2/2R_{\mathrm{p}}$，可以得到：

$$G_{\mathrm{MEFF}}=G_{\mathrm{M}}[0]-G_{\mathrm{M}}[2]=-\frac{1}{R_{\mathrm{p}}} \tag{4.45}$$

从上式可以看出,瞬时跨导中只有直流量和二次谐波成分对 G_{MEFF} 有贡献。

4.3.2 噪声电流源到输出电压的传输函数

通过对理想的负阻振荡器施加小幅度外部电流源激励可以得到噪声电流源到输出电压的传输函数。

理想振荡器的输出信号可以表示为：

$$v(t)=V_0\cos(\omega_0 t+\varphi) \tag{4.46}$$

V_0是振荡幅度，ω_0是振荡频率，φ 为初始相位，简化分析时可设为0。式(4.46)可以在直角坐标系中表示为一个矢量，将 $v(t)$分解出旋转项 $\omega_0 t$ 后的幅度可以表示为复数 $V = A + \mathrm{j}\,B$ 的形式，其模的大小与 $v(t)$的均方根相等，角度为 φ，参考矢量为 $\cos(\omega_0 t)$。因此有：

$$V=\frac{V_0}{\sqrt{2}}e^{j\varphi} \tag{4.47}$$

在实信号分析中，利用构建解析信号的方法可以得到一个实信号在复空间的映射，解析信号的定义如下所示：

$$z(t)=v(t)+\mathrm{j}\hat{v}(t) \tag{4.48}$$

其中$\hat{v}(t)$与$v(t)$互为希尔伯特变换对，且有$\hat{v}(t)=V_0\sin(\omega_0 t+\varphi)$，因此解析

信号可以写为旋转矢量的形式：

$$v(t)=V_0\cos(\omega_0 t+\varphi)\ \Rightarrow\begin{cases}z(t)=V_0 e^{\mathrm{j}[\omega_0 t+\varphi(t)]}\\ z(t)=V_0 e^{\mathrm{j}\omega_0 t}e^{j\varphi(t)}\\ z(t)=V_0(\cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi)e^{\mathrm{j}\omega_0 t}\end{cases}\tag{4.49}$$

因此在基频两侧 $\omega_p=\omega_0+\omega_m$ 和 $\omega_n=\omega_0-\omega_m$ 处的噪声成分可以用旋转矢量的形式表示，并且可以进一步的将其分解，如图 4-12 所示：

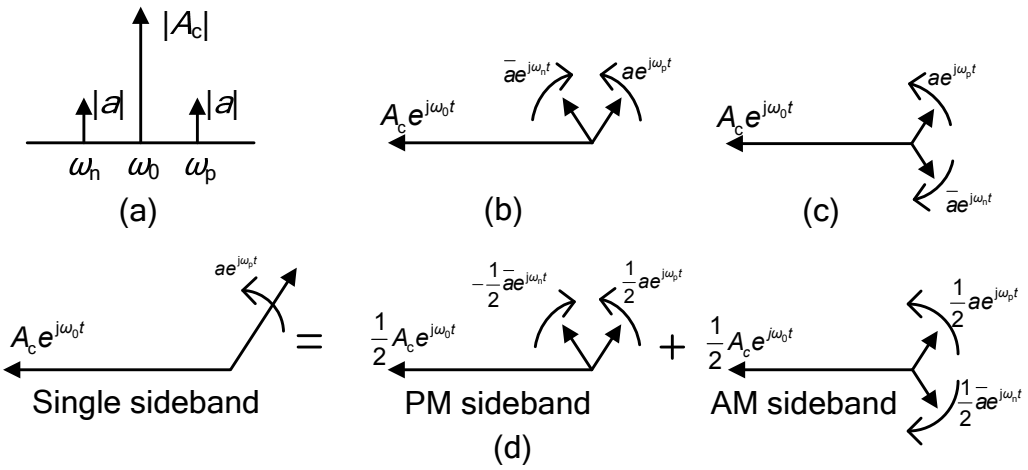


图 4-12 噪声的旋转矢量表示

如果矢量求和的结果与基频正交，如图 4-12 (b)所示，则只会引起相位的调制；如果矢量求和的结果与基频方向一致，如图 4-12 (c)所示，则只会引起幅度的调制。单边带的噪声可以分解为幅度调制量和相位调制量，如图 4-12 (d)所示[24]。

4.3.3 非线性电路对幅度调制和相位调制的响应

为了准确的描述负阻振荡器的噪声，需要对幅度调制和相位调制的非线性行为做出正确的描述，对此最有效的模型是由 Samori 提出的非线性跨导与带通滤波器的级联，其中的带通滤波器即为振荡器的谐振腔[20]。

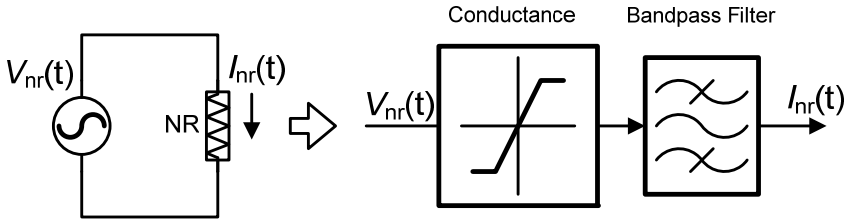


图 4-13 非线性电路模型

将 $\omega_0+\omega_m$ 和 $\omega_0-\omega_m$ 处的噪声分别记为 $v_u(t)$和 $v_l(t)$，幅度为 a 且远小于输出电压 V_c 的振幅 A_c，因此可以将输出电流一阶近似为：

$$I(V_c(t)+V_l(t)+V_u(t))\approx I(V_c(t))+\left.\frac{dI}{dV}\right|_{V_c(t)}V_l(t)+\left.\frac{dI}{dV}\right|_{V_c(t)}V_u(t) \tag{4.50}$$

导数 dI/dV 为基频处的跨导 $g(V)$，输出电流中的第一部分为基频电流值，第二、三部分为噪声电压源的上下边带对应的输出电流。下面将对这三部分电流做具体的分析。

由于 $g(V)$是频率为 $2\omega_0$ 的偶函数，其对应的傅立叶展开可以写为：

$$g(V_c(t))=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}G_M[2n]e^{j2n\omega_0 t} \tag{4.51}$$

载频处的电流记为 $I_c(t)$，且有：

$$\frac{dI_c}{dt}=\frac{dI_c}{dV_c}\frac{dV_c}{dt}=g(V)\frac{dV_c}{dt} \tag{4.52}$$

因此 $I_c(t)$可以写为：

$$I_c(t)=I(V_c(t))=\int g(V_c(t))\frac{dV_c}{dt}dt \tag{4.53}$$

将 $V_c=A_c\cos(\omega_o t)$代入上式可以求得：

$$I_c(t)=(G_M[0]-G_M[2])V_c(t) \tag{4.54}$$

(4.54)即为载频电压到基频电流的传输函数，下面再对(4.50)中的后两项，即由输入噪声电压源引起的输出电流进行分析。

如图 4-12 所示，满足相位调制的噪声电压激励为：

$$v_{nPM}(t)=\frac{a_{PM}}{2}e^{j\omega_p t}+(-\frac{a_{PM}^*}{2})e^{j\omega_n t}+\frac{a_{PM}^*}{2}e^{-j\omega_p t}+(-\frac{a_{PM}^*}{2})^*e^{-j\omega_n t} \tag{4.55}$$

$v_{nPM}(t)$与跨导 $g(V)$中的基频项和二次谐波项混频后会在 ω_0 附近产生噪声电流，相应的混频过程如下图所示：

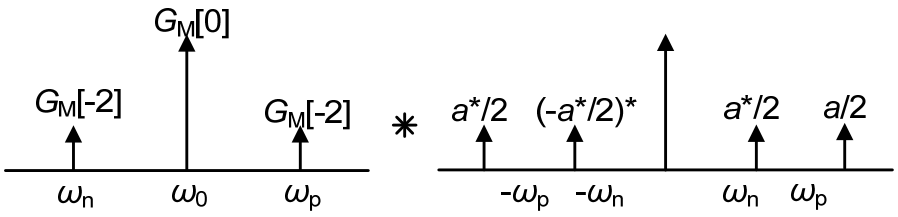


图 4-14 相位调制量的混频过程

ω_0 附近的噪声电流有：

$$
\begin{aligned}
&@\omega_0+\omega_m:\frac{a_{PM}}{2}G_M[0]+\left(-\frac{a_{PM}^*}{2}\right)^*G_M[2]\\
&@-\omega_0+\omega_m:-\frac{a_{PM}^*}{2}G_M[0]+\frac{a_{PM}^*}{2}G_M[2]\\
&@\omega_0-\omega_m:\left(-\frac{a_{PM}^*}{2}\right)^*G_M[0]+\frac{a_{PM}}{2}G_M[-2]\\
&@\omega_0+\omega_m:\frac{a_{PM}^*}{2}G_M[0]-\frac{a_{PM}^*}{2}G_M[-2]
\end{aligned}
\tag{4.56}
$$

其中 $G_M[2]=G_M[-2]$且为实数。相位调制的电流表达式为：

$$
\begin{aligned}
&i_{PM}(t)\\
&=\frac{a_{PM}}{2}(G_M[0]-G_M[2])e^{j\omega_p t}+\frac{a_{PM}}{2}(G_M[2]-G_M[0])e^{j\omega_n t}\\
&+\frac{a_{PM}}{2}(G_M[0]-G_M[2])e^{-j\omega_p t}+\frac{a_{PM}}{2}(G_M[2]-G_M[0])e^{-j\omega_n t}\\
&=(G_M[0]-G_M[2])v_{nPM}(t)
\end{aligned}
\tag{4.57}
$$

同理，满足幅度调制的电压激励为

$$
v_{nAM}(t)=\frac{a_{AM}}{2}e^{j\omega_p t}+(-\frac{a_{AM}^*}{2})e^{j\omega_n t}+\frac{a_{AM}^*}{2}e^{-j\omega_p t}+(-\frac{a_{AM}^*}{2})^*e^{-j\omega_n t}
\tag{4.58}
$$

相应的幅度调制电流为：

$$
i_{AM}(t)=(G_M[0]+G_M[2])v_{nAM}(t)
\tag{4.59}
$$

因此可以得到：

$$
\begin{aligned}
&\frac{i_{PM}(t)}{I_c(t)}=\frac{a_{PM}}{A_c}\\
&\frac{i_{AM}(t)}{I_c(t)}=\left(\frac{G_M[0]+G_M[2]}{G_M[0]-G_M[2]}\right)\frac{a_{PM}}{A_c}
\end{aligned}
\tag{4.60}
$$

从上式中可以看出，非线性电路对于幅度和相位的调制并不相同，如下图所示：

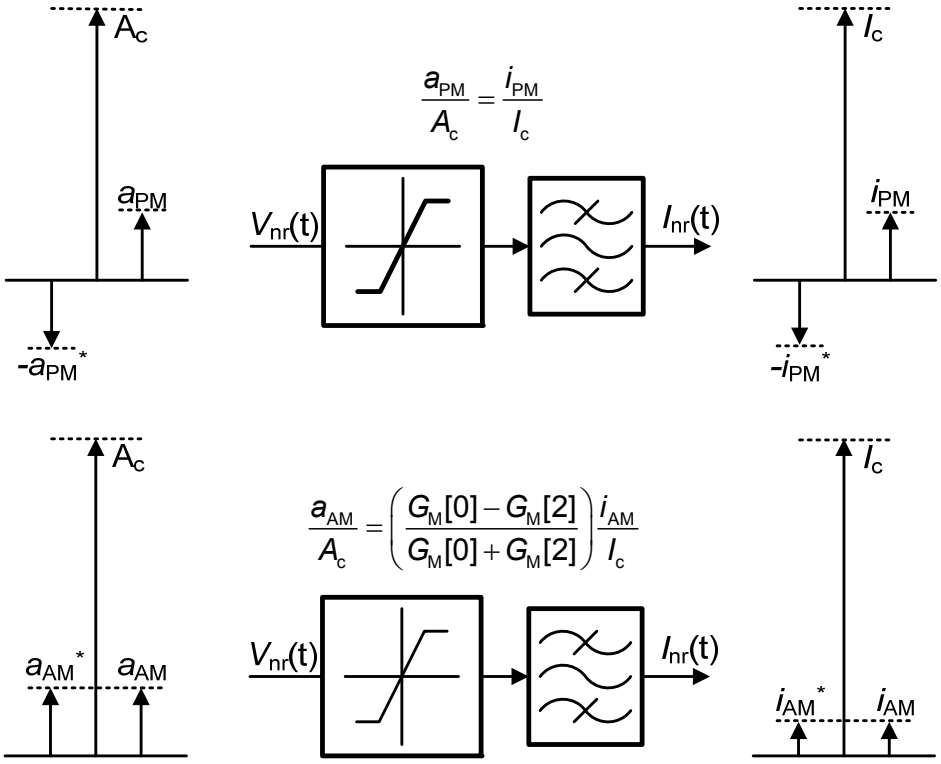


图 4-15 非线性电路对噪声的调制

4.3.4 谐振电路对噪声电流源的响应

如图 4-16 所示，电流源 i_n 与理想负阻振荡器并联。假设电路能够正常振荡，电流源的频率为 $\omega_0+\omega_m$ 和 $\omega_0-\omega_m$。

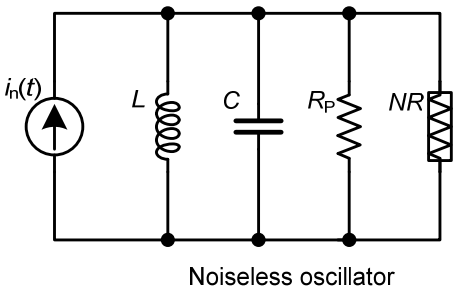


图 4-16 对振荡器施加外部电流激励

根据前面的讨论结果，电路的非线性可以视为电压到电流的传输函数。由于线性谐振腔的滤波作用，输出电压的形式为：

$$V_{out}(t)=A_c e^{j\omega_0 t}+a_{PM}e^{j\omega_p t}+(-a_{PM}^*)e^{j\omega_n t}+a_{AM}e^{j\omega_p t}+(-a_{AM}^*)e^{j\omega_n t} \tag{4.61}$$

其中 a^*代表复数 a 的共轭，$\omega_p=\omega_0+\omega_m$，$\omega_n=\omega_0-\omega_m$，$a_{PM}$ 表示相位调制量，a_{AM} 表示幅度调制量，输出电流的形式为：

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{nr}}(t) &= I_{\mathrm{c}}e^{\mathrm{j}\omega_0 t} + i_{\mathrm{PM}}e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{p}} t} + (-i_{\mathrm{PM}}^{*})e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} t} + i_{\mathrm{AM}}e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{p}} t} + (-i_{\mathrm{AM}}^{*})e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} t} \\
&= -\frac{A_{\mathrm{c}}}{R_{\mathrm{p}}}e^{\mathrm{j}\omega_0 t} - \frac{1}{R_{\mathrm{p}}}(a_{\mathrm{PM}}e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{p}} t} - a_{\mathrm{PM}}^{*})e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} t} \\
&\quad + (G_{\mathrm{M}}[0] + G_{\mathrm{M}}[2])(a_{\mathrm{AM}}e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{p}} t} + a_{\mathrm{AM}}^{*}e^{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} t})
\end{aligned}
\tag{4.62}
$$

振荡器的电流、电压关系应满足图 4-16 所示的电路关系。通过列出电路节点电流方程可以得到输出电压的拉普拉斯变换形式：

$$
V_{\mathrm{out}}(s) = -\frac{(-i_{\mathrm{n}}(s) + I_{\mathrm{NR}}(s))sLR_{\mathrm{p}}}{R_{\mathrm{p}} + sL + s^2LR_{\mathrm{p}}C}
\tag{4.63}
$$

假设 $s=\mathrm{j}(\omega_0\pm\omega_{\mathrm{m}})$且 $\omega_{\mathrm{m}}<<\omega_0$，则有：

$$
V_{\mathrm{out}}\{\omega_0 \pm \omega_{\mathrm{m}}\} \approx -\frac{\mathrm{j}\left(-i_{\mathrm{n}}\{\omega_0 \pm \omega_{\mathrm{m}}\} + I_{\mathrm{nr}}\{\omega_0 \pm \omega_{\mathrm{m}}\}\right)\omega_0 LR_{\mathrm{p}}}{-\mathrm{j}\omega_0 L \pm 2R_{\mathrm{p}}(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{\omega_0})}
\tag{4.64}
$$

如前所述，为了产生相位调制，相应的电流源形式应当为：

$$
i_{\mathrm{n}}(t) = (i_{\mathrm{x}}/2)e^{\mathrm{j}(\omega_0+\omega_{\mathrm{m}})t} - (i_{\mathrm{x}}^{*}/2)e^{\mathrm{j}(\omega_0-\omega_{\mathrm{m}})t}
\tag{4.65}
$$

将电流、电压的表达式带入(4.64)并根据(4.60)、(4.61)、(4.63)可以求出注入相位调制电流源时对应的噪声输出电压为：

$$
\begin{aligned}
a_{\mathrm{PM}} &= -\mathrm{j}\frac{(i_{\mathrm{x}}/2)\omega_0^2 L}{2\omega_{\mathrm{m}}} = (i_{\mathrm{x}}/2)Z_{\mathrm{PM}}\{\omega_0 + \omega_{\mathrm{m}}\} \\
a_{\mathrm{AM}} &= 0
\end{aligned}
\tag{4.66}
$$

其中 $Z_{\mathrm{PM}}\{\omega_0+\omega_{\mathrm{m}}\}$为谐振腔的阻抗。从上式可知，如(4.65)形式的注入电流并不会引起幅度调制量，只会引起相位调制量。

同理，产生幅度调制的电流源形式应当为：

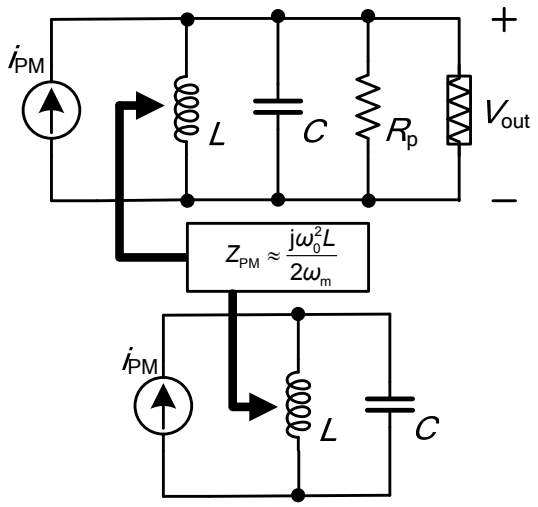
$$
i_{\mathrm{n}}(t) = (i_{\mathrm{x}}/2)e^{\mathrm{j}(\omega_0+\omega_{\mathrm{m}})t} + (i_{\mathrm{x}}^{*}/2)e^{\mathrm{j}(\omega_0-\omega_{\mathrm{m}})t}
\tag{4.67}
$$

带入(4.64)可以求出相应的调制量为：

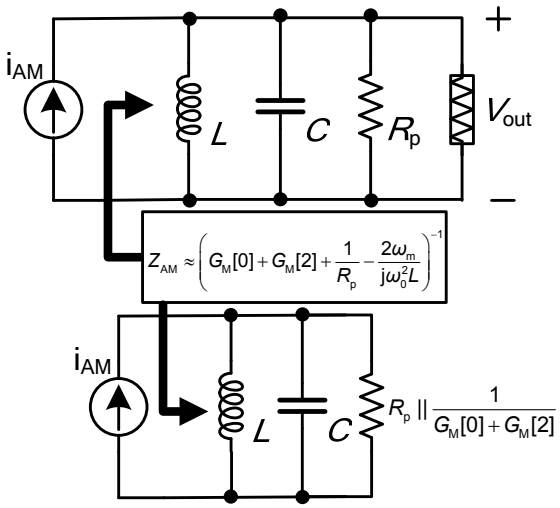
$$
\begin{aligned}
a_{\mathrm{PM}} &= 0 \\
a_{\mathrm{AM}} &= \frac{(i_{\mathrm{x}}/2)}{\left(G_{\mathrm{M}}[0] + G_{\mathrm{M}}[2] + \frac{1}{R_{\mathrm{p}}}\right) - \frac{2\omega_{\mathrm{m}}}{\mathrm{j}\omega_0^2 L}} = (i_{\mathrm{x}}/2)Z_{\mathrm{PM}}\{\omega_0 + \omega_{\mathrm{m}}\}
\end{aligned}
\tag{4.68}
$$

(4.66)和(4.68)中的 Z_{PM}、Z_{AM} 即为噪声电流源到输出电压的传递函数。考虑一种极端的情形，当跨导为线性时有 $G_{\mathrm{M}}[0] \approx -1/R_{\mathrm{p}}$，并且 $G_{\mathrm{M}}[2] = 0$，代入(4.66)(4.68)，将会产生相同的相位、幅度调制量。

幅度调制电流、相位调制电流及其输入阻抗如图 4-17 所示：



(a)相位调制



(b)幅度调制

图 4-17 相位调制与幅度调制

相位调制电流与相应的阻抗相乘后产生基频附近的相位调制量；幅度调制电流与相应的阻抗相乘后产生基频附近的幅度调制量。

幅度调制电流与相位调制电流对应阻抗的平方为：

$$
\begin{aligned}
\left|Z_{PM}\{\omega_0 \pm \omega_m\}\right|^2 &= \frac{\omega_0^4 L^2}{4\omega_m^2} = \left(\frac{\omega_0}{2Q\omega_m}\right)^2 R_p^2 \\
\left|Z_{AM}\{\omega_0 \pm \omega_m\}\right|^2 &= \left(\left(G_M[0] + G_M[2] + \frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\frac{2\omega_m}{\omega_0^2 L}\right)^2\right)^{-1}
\end{aligned}
\tag{4.69}
$$

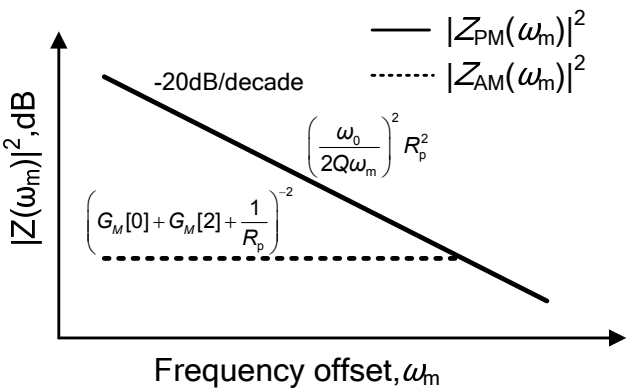


图 4-18 幅度调制电流和相位调制电流对应的阻抗

由于最终是以电流源的形式来表示噪声，式(4.69)可以视作是对应幅度调制、相位调制噪声电流源到输出噪声的传递函数。

4.3.5 白噪声源的分解

得到了噪声电流源到输出噪声的传递函数，只需要再将噪声电流源分解为相位调制部分和幅度调制部分，即可得到最后的输出噪声[25]。

在图 6 中假设了外部电流源 i_n 是以振荡频率做周期性变化的准稳态噪声源。可以将这样的噪声源当作一个稳态的白噪声源 i_x 和周期性函数 $\omega(t)$的乘积[26]。

$$\widehat{i_n^2} = \widehat{i_x^2}\omega^2(t) \tag{4.70}$$

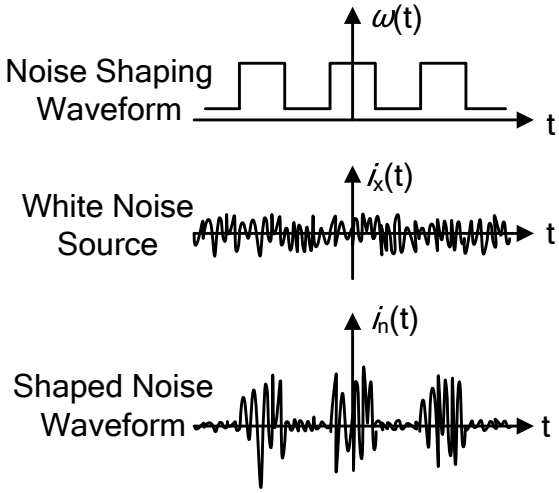


图 4-19 周期性准稳态噪声

电流源 i_n 被 i_x 调制的过程如图 4-19 所示，ω(t)是频率为 ω_0 的周期函数，其相应的傅立叶级数如图 4-20 所示：

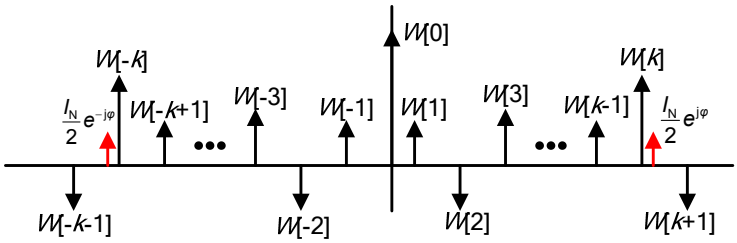


图 4-20 $\omega(t)$的傅里叶展开

在第 k 个谐波处注入电流：

$$i_{nk}(t)=I_N\cos((k\omega_0+\omega_m)t+\varphi)=\frac{I_N}{2}e^{j\varphi}e^{j(\omega_0+\omega_m)t}+\frac{I_N}{2}e^{-j\varphi}e^{-j(\omega_0+\omega_m)t} \tag{4.71}$$

其中 I_N 为常数，φ 为固定相位。$i_{nk}(t)$与 $\omega(t)$混频后的结果为：

$$\begin{aligned}
&@\omega_0+\omega_m: a=W[-k+1]\frac{I_N}{2}e^{j\varphi}\\
&@-\omega_0+\omega_m: \bar{b}=W[-k-1]\frac{I_N}{2}e^{-j\varphi}\\
&@\omega_0-\omega_m: b=W[k+1]\frac{I_N}{2}e^{-j\varphi}\\
&@\omega_0+\omega_m: \bar{a}=W[k-1]\frac{I_N}{2}e^{-j\varphi}
\end{aligned} \tag{4.72}$$

将其用矢量表示，并进行矢量分解，如图 4-21 所示：

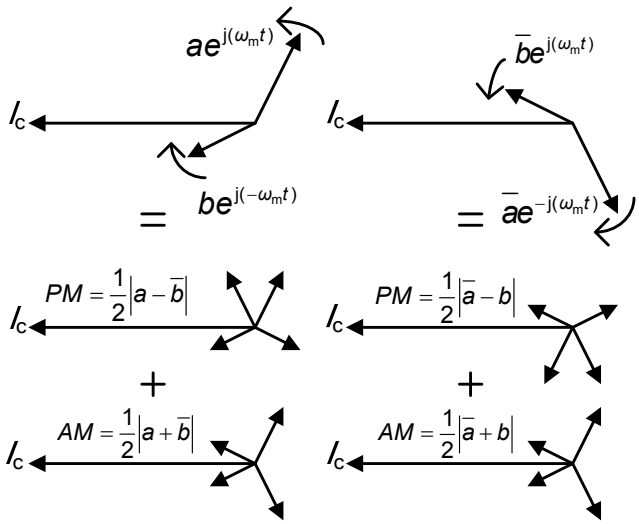


图 4-21 矢量分解

其中 $I_c(t)=-A_c/R_p\cos(\omega_0 t)$。根据图 4-21 可以将噪声电流分解为幅度调制和相位调制部分，i_{nk} 总的调制量可以写为：

$$S_{\mathrm{PM}}(k)=\frac{1}{4}\left(\left|a-\bar{b}\right|^2+\left|\bar{a}-b\right|^2\right)=\frac{1}{2}\left(\left|a-\bar{b}\right|^2\right) \tag{4.73}$$

将(4.72)中的 a 和 b 代入上式，可以得到：

$$S_{\mathrm{PM}}(k)=\left(\frac{I_{\mathrm{N}}^2}{8}\right)\left|W\left[-k+1\right]-W\left[-k-1\right]\right|^2 \tag{4.74}$$

对于所有的 $k\omega_0+\omega_{\mathrm{m}}$ 和 $k\omega_0-\omega_{\mathrm{m}}$ 处的谐波成分求和即可得到：

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{PM_{TOT}}}&=\sum_{-\infty}^{\infty}S_{\mathrm{PM}}(k)\\&=\left(\frac{I_{\mathrm{N}}^2}{8}\right)\sum_{-\infty}^{\infty}\left(2\left|W\left[k\right]\right|^2-W\left[-k+1\right]\overline{W\left[-k-1\right]}-W\left[-k-1\right]\overline{W\left[-k+1\right]}\right)\\&=\left(\frac{I_{\mathrm{N}}^2}{8}\right)\sum_{-\infty}^{\infty}\left(2\left|W\left[k\right]\right|^2-W\left[-k+1\right]W\left[k+1\right]-W\left[-k-1\right]W\left[k-1\right]\right)\end{aligned} \tag{4.75}$$

将$(I_{\mathrm{N}}^2/2)=I_{\mathrm{x}}^2$代入上式即可得到相位调制电流的功率谱密度为：

$$\hat{i}_{\mathrm{nPM}}^2=\frac{\hat{i}_{\mathrm{x}}^2}{4}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty}2\left|W\left[k\right]\right|^2-\sum_{k=-\infty}^{\infty}W\left[k\right]W\left[2-k\right]-\sum_{k=-\infty}^{\infty}W\left[k\right]W\left[-2-k\right]\right) \tag{4.76}$$

为了进一步简化上式，令 $p(t)=\omega(t)\,\omega(t)$，则其相应的傅立叶级数为：

$$p(t)=\omega(t)\omega(t)\xrightarrow{FS}\sum_{l=-\infty}^{\infty}W\left[l\right]W\left[k-l\right] \tag{4.77}$$

因此(4.76)可以写为：

$$\hat{i}_{\mathrm{nPM}}^2=\left(\frac{1}{2}P\left[0\right]-\frac{1}{4}P\left[2\right]-\frac{1}{4}P\left[-2\right]\right)\hat{i}_{\mathrm{x}}^2 \tag{4.78}$$

其中 $P[k]$为 $\omega(t)$的第 k 项傅立叶系数。用同样的方法可以得到幅度调制电流的功率谱密度为：

$$\hat{i}_{\mathrm{nAM}}^2=\left(\frac{1}{2}P\left[0\right]+\frac{1}{4}P\left[2\right]+\frac{1}{4}P\left[-2\right]\right)\hat{i}_{\mathrm{x}}^2 \tag{4.79}$$

因此，只要知道了 $\omega(t)$就可以很容易的将噪声源分解为幅度调制源和相位调制源，再与第三部分得到的传输函数相乘即可得到最终的输出噪声。

4.3.6 矢量分析法在振荡器中的应用

本小节将采用前面介绍的矢量法来分析电感电容振荡器中的噪声，其中既有相位抖动引起的噪声，又有幅度抖动引起的噪声。

首先考虑并联结构中的电阻 R_{p} 所引入的噪声，其等效噪声电流源为：

$$\hat{i}_{\mathrm{res}}^2=\frac{4kT}{R_{\mathrm{p}}} \tag{4.80}$$

由于上式与频率无关，因此电阻热噪声是白噪声源，根据上一节中的分析，其调制窗口 $\omega(t)=1$：

$$p(t)=\omega(t)\omega(t)=1\xrightarrow{\text{FS}}P[k]=\delta[k] \tag{4.81}$$

因此对于电阻白噪声所引起的幅度调制噪声和相位调制噪声电流源相等，大小为电阻热噪声的一半：

$$\hat{i}_{\text{res,PM}}^2=\hat{i}_{\text{res,AM}}^2=\frac{2kT}{R_\text{p}} \tag{4.82}$$

非线性电路引入的噪声可以用与谐振腔并联的周期性白噪声源来等效，进一步可以假设这一噪声源的功率谱密度与非线性电路的瞬态跨导成正比[19]：

$$\hat{i}_{\text{nr}}^2=-\hat{i}_\text{x}^2G_\text{m}(t) \tag{4.83}$$

其中$\hat{i}_\text{x}^2=4kT\alpha$，为白噪声源，$G_\text{m}$(t)为瞬时跨导，从上式中可以看出，白噪声源的调制函数为，$\omega(t)=\sqrt{-G_\text{m}(t)}$，对于无记忆系统的非线性正弦振荡器，初始相位为 0 时，其瞬时跨导为实偶函数，因此有

$$p(t)=\omega(t)\omega(t)=\sqrt{-G_\text{m}(t)}\sqrt{-G_\text{m}(t)}=-G_\text{m}(t) \tag{4.84}$$

根据前面的分析，其相应的噪声为：

$$\begin{aligned}\hat{i}_{\text{nr,PM}}^2&=-\frac{1}{2}\left(G_\text{M}[0]-G_\text{M}[2]\right)\hat{i}_\text{x}^2\\ \hat{i}_{\text{nr,AM}}^2&=-\frac{1}{2}\left(G_\text{M}[0]+G_\text{M}[2]\right)\hat{i}_\text{x}^2\end{aligned} \tag{4.85}$$

由于跨导为偶函数，因此 $G_\text{M}[2]=G_\text{M}[-2]$，根据(4.45)，可知

$$\hat{i}_{\text{nr,PM}}^2=\frac{\hat{i}_\text{x}^2}{2R_\text{p}}=\frac{2kT\alpha}{R_\text{p}} \tag{4.86}$$

从上式中可以看出，非线性电路所引入的相位调制噪声部分与非线性电路的特性无关。

根据上面的分析，输出噪声中的相位调制部分为：

$$\hat{v}_{\text{n,PM}}^2=(\hat{i}_{\text{res,PM}}^2+\hat{i}_{\text{nr,PM}}^2)\left|Z_\text{PM}\{\omega_0\pm\omega_\text{m}\}\right|^2=2kT(1+\alpha)R_\text{p}\left(\frac{\omega_0}{2Q\omega_\text{m}}\right)^2 \tag{4.87}$$

输出噪声中的幅度调制部分为：

$$\hat{v}_{\text{n,AM}}^2=(\hat{i}_{\text{res,AM}}^2+\hat{i}_{\text{nr,AM}}^2)\left|Z_\text{AM}\{\omega_0\pm\omega_\text{m}\}\right|^2 \tag{4.88}$$

$$\hat{v}_{\text{n,AM}}^2=\frac{2kT/R_\text{p}-2kT\alpha(G_\text{M}[0]+G_\text{M}[2])}{\left(\left(G_\text{M}[0]+G_\text{M}[2]+\frac{1}{R_\text{p}}\right)^2+\left(\frac{2\omega_\text{m}}{\omega_0^2L}\right)^2\right)} \tag{4.89}$$

第五章 差分晶体振荡器电路设计

5.1 设计指标分析

本次设计采用谐振频率为 26 MHz 的晶体来实现数字控制晶体振荡器，在实际设计中需要根据晶体的规格设定电路的各个指标参数，典型的 26 MHz 晶体振荡器的规格参数如下表所示：

表 5-1 26MHz 晶体参数

指标	参数	备注
中心频率	26.000 MHZ	
频率偏差范围	±30 ppm	25 ℃±3 ℃时测量
负载电容	8 pF	
贮藏温度	-40 ℃~+85 ℃	
温度偏差	±30 ppm	
老化偏差	±2 ppm	第一年

从表中可以看出，覆盖晶体自身的频率漂移需要±30 ppm，覆盖晶体频率随温度的漂移需要±30 ppm，晶体每年老化引起的频率漂移为±2 ppm，以五年的寿命来计算，至少需要±70 ppm 的频率覆盖范围来补偿晶体自身所引起的频率漂移。实际电路中所采用的电路工艺、电源电压、温度的变化以及电路的寄生电容也会引起晶体振荡器频率的偏移，基于上述考虑，本次设计的频率覆盖范围设定为±80 ppm。

GSM 协议要求晶体振荡器的调谐精度小于 0.1 ppm，调谐精度代表一位频率调谐码所对应的频率调谐步长，因此该指标越小调谐精度越高。在实际设计中，MOS 管可变电容所能达到的最大、最小电容与 MOS 管的尺寸有关，最大、最小值之差限定了电容的变化范围，从而无法使调谐精度进一步减小，因此在实际设计中需要根据设计指标合适的选取 MOS 电容的尺寸。如果采用互连层平板电容作负载，调谐精度同样会受到工艺所能达到的电容最小尺寸的限制，相比 MOS 电容并没有优势。基于上述考虑，本次设计中将调谐精度设定为 0.005 ppm，该指标可满足晶体振荡器在手机等无线设备上的使用。

本次设计中采用的晶体模型参数如下：

表 5-2 晶体规格参数

参数	规格	单位
谐振频率	26	MHz
谐振模式	并联	-
负载电容	8	pF
串联电阻	8.4	Ω
串联电感	5.12474	mH
串联电容	7.31726	fF
封装电容	1.93334	pF
驱动功率	100	μW

其中串联电阻、串联电感、串联电容、封装电容分别对应于晶体模型中的 R_s、L_s、C_s、C_p，其对应的阻抗相应曲线如下图所示：

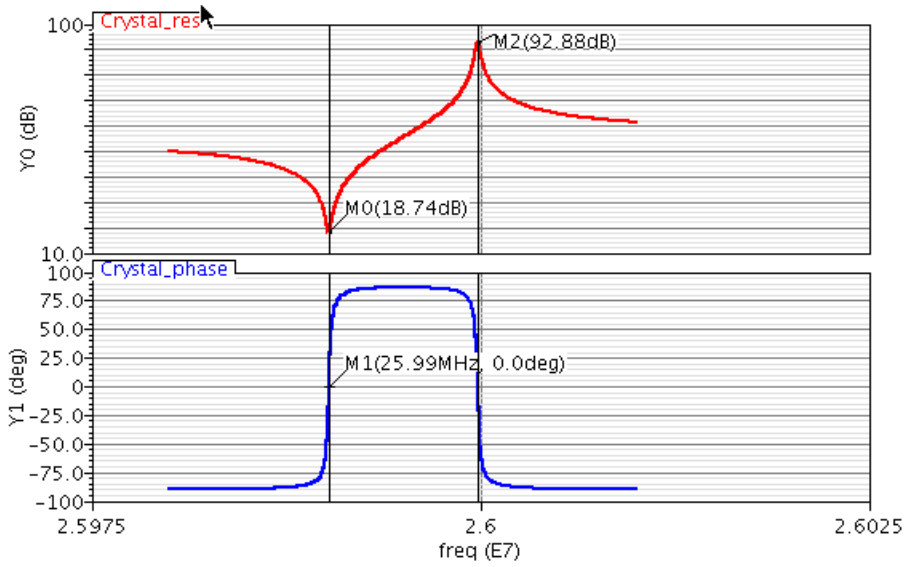


图 5-1 晶体的阻抗响应曲线

从图 5-1 中可以看出，晶体的模型中包括了串联谐振点和并联谐振点，与第二章的分析一致。本章主要论述了以此晶体模型为基础设计的数字控制晶体振荡器电路。

5.2 振荡器核心电路

5.2.1 核心电路结构

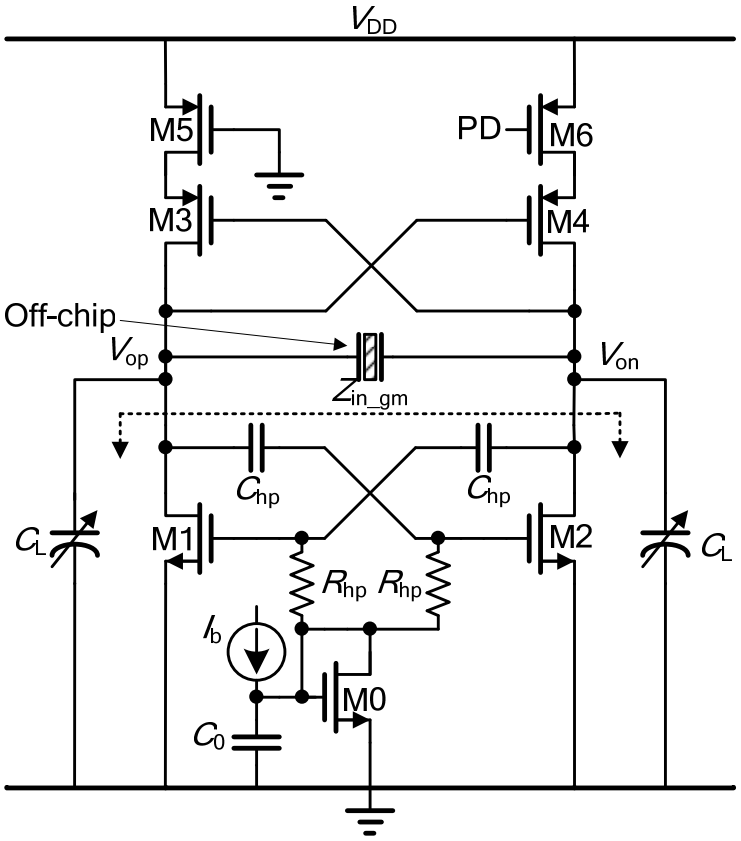


图 5-2 差分晶体振荡器核心电路

从图 5-2 中可以看出，数字控制晶体振荡器的核心电路与压控振荡器的结构类似，只是将压控振荡器中的并联电感—电容谐振腔替换为晶体模型。尽管如此，从晶体的模型中可以看出电路的振荡输出点之间缺少低阻抗直流通路，电路可能会出现锁定的情况而无法振荡。为了解决这一问题，引入 C_{hp} 和 R_{hp} 构成的高通滤波结构来使振荡器能够正常起振[27]。同时由于这一结构的引入也使得振荡输出点的直流电压与 M1、M2 管的栅极直流偏置电压能够隔离开，从而可以通过控制 M1、M2 的栅极直流电压来调节 M1、M2 的导通角。M1 和 M2、M3 和 M4 分别构成交叉耦合差分对来补偿晶体的能量损失，M6 为开关管，为了保证两条支路具有相同的导通电阻而引入晶体管 M5。M0 为 M1 和 M2 提供栅极偏置，C_L 为负载电容。振荡电路的输入阻抗 Z_{in_gm} 可以写为：

$$Z_{in_gm(s)} = \frac{(1+sR_{hp}(C_{hp}+C_{gs1}))}{sC_{hp}(sR_{hp}C_{gs1}+(1-g_mR_{hp}))} \tag{5.1}$$

其中 C_{gs1}=C_{gs2} 分别为 M1、M2 的栅、源电容，二极管连接的晶体管 M0 输

入阻抗为 $1/g_{m0}$，与 R_{hp} 相比可以近似忽略掉。从(5.1)还可以看出，如果 C_{hp} 为无穷大且 C_{gs1} 为 0，则 Z_{in_gm} 减小为$-1/g_m$，即常用于电感—电容振荡器中的交叉耦合负阻。

核心电路的小信号等效电路如图 5-2 所示：

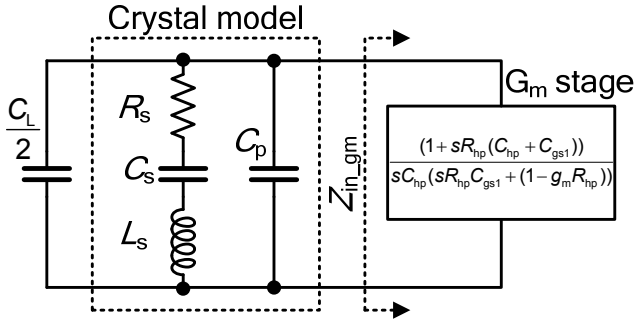


图 5-3 等效小信号电路图

如前所述，该电路的串联谐振频率 ω_s'与晶振等效模型中的 ω_s 相等。带入负载电容 C_L 后的并联谐振频率 ω_p 为：

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_s(C_s + (C_p \,||\, C_L/2))}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{L_s C_s}}\sqrt{\frac{2(C_s + C_p) + C_L}{2C_p + C_L}}$$

$$= \omega_s\sqrt{\frac{2(C_s + C_p) + C_L}{2C_p + C_L}} = B\omega_s \tag{5.2}$$

$$B = \sqrt{(2(C_s + C_p) + C_L)/(2C_p + C_L)} \tag{5.3}$$

在单晶体管振荡器中引入了牵引因子 p 来表征并联谐振点与串联谐振点的远离程度，在这里引用了另外一种表示方法，即参数 B，从(5.2)中可以看出，如果要使电路工作在串联谐振点需要令 B 为 1，在晶体模型中的参数给定后，负载电容 C_L 需要为无穷大才能满足这一条件，这在实际振荡器电路中是不可能实现的，因此电路无法工作在串联谐振点。计入电路中的电容后，并联谐振频率 ω_p'可改写为：

$$\omega_p' \approx \omega_p\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\frac{2C_p + C_L}{2g_mR_{hp}(C_{hp} + C_{gs1})} - 1}\right)\left(\frac{C_s}{C_s + C_s + \frac{C_L}{2}}\right)} \tag{5.4}$$

若满足 $g_mR_{hp}(C_{hp} + C_{gs1}) \gg 2C_p + C_L$，则有：

$$\omega_p' \approx \omega_p \sqrt{\frac{C_p + \frac{C_L}{2}}{C_s + C_p + \frac{C_L}{2}}} = \omega_p \tag{5.5}$$

从式(5.4)可以看出，ω_p'的值与 R_{hp} 和 C_{hp} 组成的高通滤波结构有关。如果满足 $g_mR_{hp}(C_{hp}+C_{gs1})>>2C_p+C_L$ 的条件，根据式(5.5)，ω_p'的值将非常接近 ω_p 而与 R_{hp}、C_{hp} 无关，事实上如果 $g_mR_{hp}(C_{hp}+C_{gs1})<<2C_p+C_L$，根据式(5.5)可以得到与上面相同的结论，但此时高通滤波器的极点处在较高频率上，会使电路小信号增益降低。因此在电路参数设计时应当避免选取 $g_mR_{hp}(C_{hp}+C_{gs1})$与 $2C_p+C_L$ 相接近的值，以免出现振荡频率偏移 ω_p 较多的情况，这是数字控制晶体振荡器设计时非常关键的一点。

根据上述理由，由 R_{hp}-C_{hp} 产生的极点频率低于晶振的谐振频率，其大小为：

$$\omega_{p_hp} \approx -\frac{1}{R_{hp}(C_{hp} + C_{gs1})} \tag{5.6}$$

由于 C_{hp} 的取值与 C_{gs1} 相当，在计算时应把 C_{gs1} 考虑在内。一般取 ω_p'≥ $10\omega_{p_hp}$，故 ω_{p_hp} 的值可以取为 2.6 MHz。如式(5.5)所示，可以通过改变 C_L 的值来达到调节谐振频率的目的。

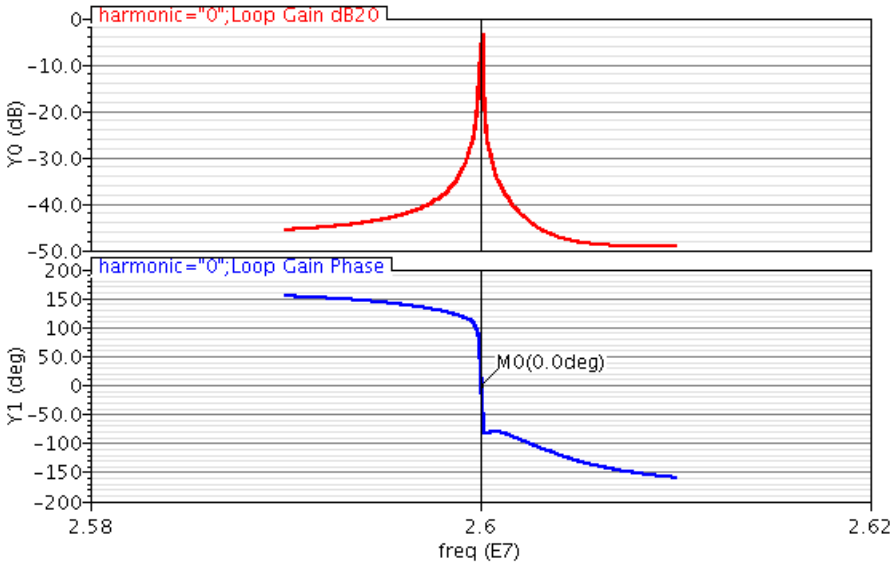


图 5-4 电路的环路增益和相位

图 5-4 为电路的环路增益和相位波特图，从图中可以看出电路满足巴克豪森判据，在振荡点处环路的增益为 1，环路总相位为 0。

为了能够补偿晶振在谐振时的能量损失，需要合理的设计核心电路中的交叉耦合差分对管跨导值 g_{m1}（或 g_{m2}）。在式(5.5)成立的条件下，满足要求的最小 g_{m1} 为：

$$\frac{1}{g_{m1}} \geq R_p \parallel 2(r_{ds1} \parallel r_{ds3}) \tag{5.7}$$

其中 R_p 是晶体模型的等效并联电阻，根据阻抗变换原理，串联电阻与等效并联电阻有如下关系，

$$R_s \approx \frac{R_p}{Q^2} = \frac{1}{R_p \omega_p{}^2 C^2}, \quad R_p \approx \frac{1}{R_s \omega_p{}^2 C^2} \tag{5.8}$$

利用式(5.8)，并代入(5.7)可以得到：

$$\begin{aligned} g_{m1} &\geq \frac{1}{\dfrac{1}{R_s \omega_p{}^2 \left(\dfrac{2C_p + C_L}{2}\right)^2} \parallel 2(r_{ds1} \parallel r_{ds3})} \\ &\approx 2R_s \omega_p{}^2 \left(\frac{2C_p + C_L}{2}\right)^2 \end{aligned} \tag{5.9}$$

为了满足上式的近似条件，应当保证 $2(r_{ds1}||r_{ds3})$有一个较大的值以避免产生负载效应。从(5.9)可以看出能量的消耗主要来自晶振，对于给定的晶振模型，满足振荡条件的最小 g_{m1} 即可根据上式求出。降低晶振模型中的电阻和电容能够有效的降低跨导值，从而降低功耗。

在振荡器的工作过程中，来自电源的扰动会对电路的工作状态产生影响，进而影响输出频率的稳定度，相比于单端输出结构的晶体振荡器，图 5-2 中的差分结构具有更好的电源抑制比，其仿真曲线如图 5-5 所示。

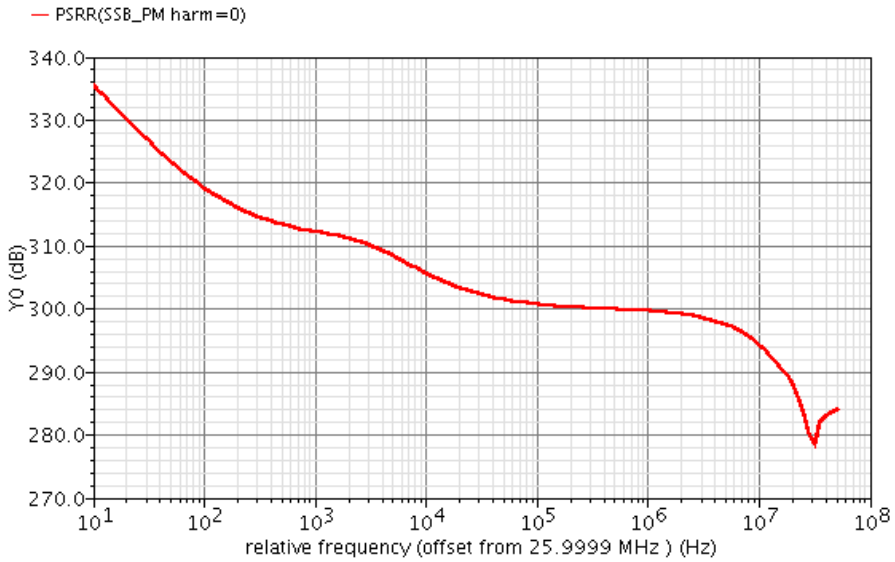


图 5-5 核心电路的电源抑制比

5.2.2 大信号分析

振荡器的小信号分析只适用于振荡电路的起振阶段，当振荡建立起来并达到稳态后，振荡节点的电压变化很大，小信号分析不再适用，因此需要对电路进行大信号分析。

当达到稳态时，电路的输出可以近似的用正弦来表示：

$$V_{\text{out}} = -A_{\text{m}}\cos(\omega_0 t) = -A_{\text{m}}\cos(\varphi) \tag{5.10}$$

用 φ 来代替 ω_0 表示相位，并且有 $0 \le \varphi \le 2\pi$。在一个振荡周期内，随着栅极和漏极电压的变化，NMOS 和 PMOS 差分对管将会依次经过截止区、亚阈值区、饱和区以及线性区，对整个过程进行详细、完整的分析将会十分复杂，为了简化分析，假设 NMOS 和 PMOS 差分对管只处于饱和区和截止区[30]，沟道电流随振荡电压的变化如下图所示：

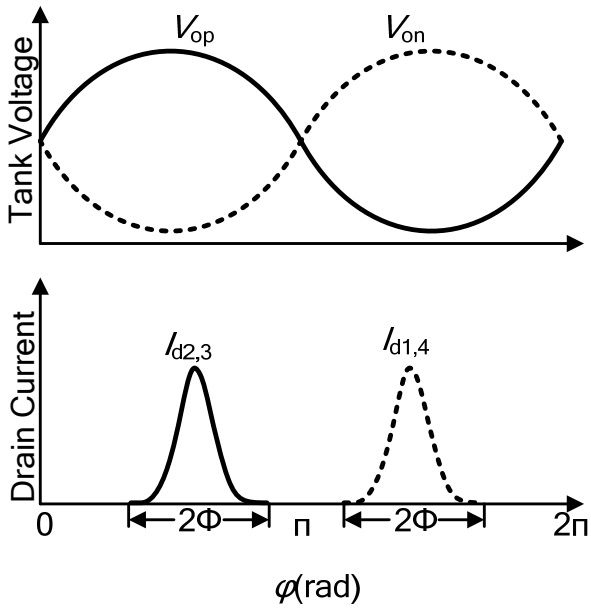


图 5-6 振荡电压与沟道电流关系

忽略二阶效应，流过 MOS 管的电流遵循平方律，可以表示为：

$$I_{\text{ds}}(\varphi) = \frac{\beta}{2}\left[-A_{\text{m}}\cos(\varphi) + V_{\text{G}} - V_{\text{th}}\right]^2 = \frac{\beta}{2}\left[-A_{\text{m}}\cos(\varphi) + V_{\text{OD}}\right]^2 \tag{5.11}$$

其中 $\beta=\mu C_{\text{ox}}W/L$，$V_{\text{G}}$ 为栅极振荡信号的共模电平，为了计算方便，下面用 $V_{\text{OD}}=V_{\text{G}}-V_{\text{th}}$ 来表示有效过驱动电压。忽略晶体管的二阶效应，在一个振荡周期内只有当 $V_{\text{GS}}>V_{\text{th}}$ 时，MOS 管才会导通，因此流过 MOS 管的电流是高而窄的信号，此种结构的振荡器被称为 C 类振荡器。一个周期内 MOS 管导通的时间通常称为导通角，用 2Φ 来表示，在 B 类振荡器中 V_{OD} 为 0，即一个周期内 MOS 管导通的时间恰好为半个周期。

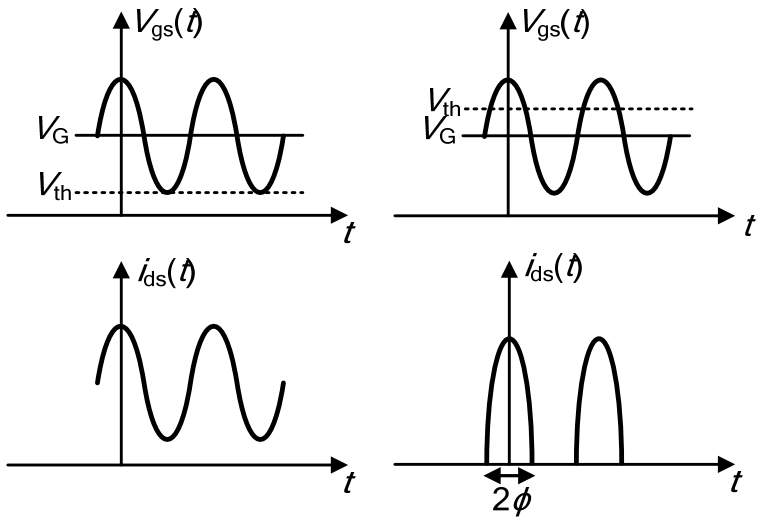


图 5-7 (a) A 类振荡器 (b) C 类振荡器

核心电路中 C_{hp} 和 R_{hp} 的引入使得振荡节点与 NMOS 差分对管的栅极直流电压偏置隔离开来，从而可以通过 M0 来改变 NMOS 差分对管的栅极共模电位 V_G，此时振荡电路工作在 C 类状态，从图 5-7 (b)中可以看出，当 MOS 管在半导通角 Φ 处时电流为 0，因此根据(5.11)有：

$$\cos(\Phi)=\frac{V_{OD}}{A_m} \tag{5.12}$$

一个周期内 MOS 管的平均电流记为 I_B，则有[28]：

$$I_B=\frac{1}{2\pi}\int_{-\Phi}^{+\Phi}I_{ds}(\varphi)d\varphi=\frac{\beta A_m^2}{4\pi}\left[2\Phi\cdot\cos^2\Phi+\Phi-3\sin 2\Phi\right] \tag{5.13}$$

采用麦克劳林展开，上式可以近似为:

$$I_B\approx\frac{\beta A_m^2}{15\pi}\Phi^5\left(1-\frac{4}{21}\Phi^2\right) \tag{5.14}$$

进一步可以求解出：

$$\Phi=\left(\frac{15\pi I_B}{\beta A_m^2}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{5.15}$$

根据线性相位时变噪声模型的分析，当电流脉冲在振荡幅值最大处注入时对输出波形的相位影响最小，而电流脉冲在过零点处注入时对相位的影响最大，当 MOS 管的导通角较小时对应于高而窄的电流注入，此时能量更多的集中用于维持幅度振荡，对相位的影响较小，从(5.15)中还可以看出，增大幅度、减小偏置电流（降低 NMOS 差分对的栅极共模电平）可以减小导通角，从而改善相位噪声[27]。

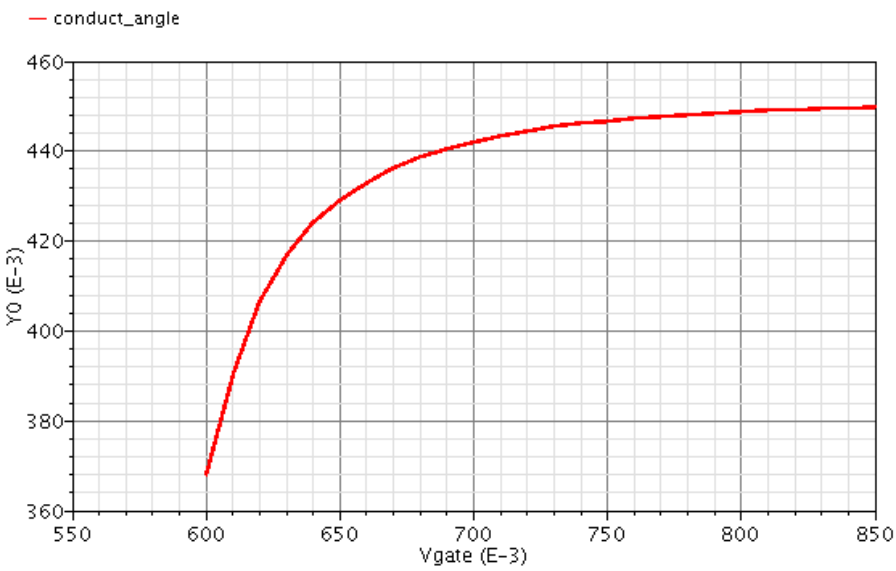


图 5-8 NMOS 管导通角与栅极直流电压偏置关系

图 5-8 中横坐标为 NMOS 管栅极直流电压偏置，纵坐标表示导通时间占整个周期的比例，从上图中也可以看出电路的导通角小于 π，即为 C 类振荡器，需要注意的是，由于没有尾电流源偏置，过低的栅极偏置电位将使电路无法为晶体提供足够的能量以维持振荡，这也使得电路的导通角不可能过小。

由于 MOS 管电流为 Φ 的偶函数，因此电流的基频量可以表示为，

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{\pi}\int_{-\Phi}^{\Phi} I_{ds}\cos(\varphi)d\varphi \\ &= \frac{\beta A_m^2}{2\pi}\left[\frac{2}{3}\cos(\Phi)^2\sin(\Phi)+\frac{4}{3}\sin(\Phi)-2\Phi\cos(\Phi)\right] \end{aligned} \tag{5.16}$$

根据式(5.14)和(5.16)可以求出电流的基频量为：

$$I_1 \approx I_B\left(1-\frac{\Phi^2}{14}\right) \tag{5.17}$$

从(5.17)中可以看出，当电路的导通角较小时，基频电流约等于平均电流，而在 B 类振荡电路中，电路的导通角为 π，因此流过 MOS 管的电流为占空比为 50%的方波，根据傅里叶级数可知此时的基频电流大小约为 $2/\pi I_{bias}$，其基频电流分量要比 C 类结构小约 3.9 dB[30]。

5.2.3 电流源偏置电路

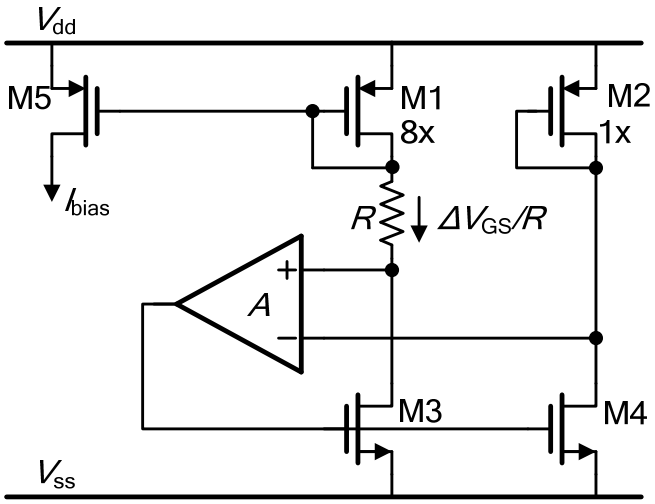


图 5-9 电流源偏置电路

来自电源的扰动会对振荡器的偏置电流产生影响，进而影响振荡电路的工作状态，恶化振荡器的相位噪声，因此需要具有良好电源抑制比的偏置电路来为振荡器的核心电路提供稳定的偏置电流。本次设计中所采用的电流源结构如图 5-9 所示，晶体管 M3、M4 和放大器 A 构成了电路中的阻抗提升结构，使得电路的对地阻抗提高了 A 倍，M1、M2 管的栅、源电压跟随电源做相同的变化，其差值不变因此流过电阻 *R* 的电流保持恒定。电流源的电源抑制仿真结果如图 5-10 所示：

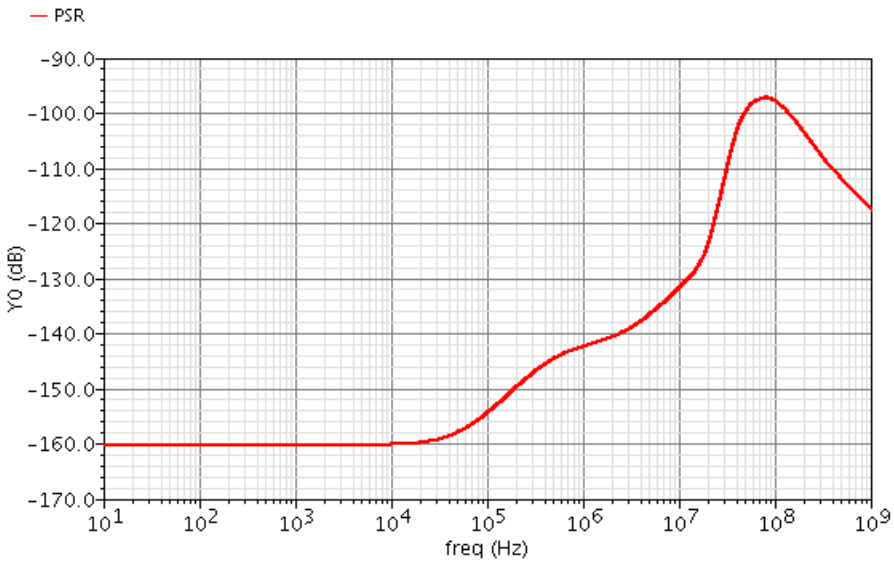


图 5-10 电源抑制仿真结果

5.2.4 数控开关电容阵列

根据第三章的讨论，可变电容阵列中 MOS 管电容的最小值之和限制了最高振荡频率，最大值之和限制了最低振荡频率，调谐步长则由单个 MOS 管的最大、最小电容差值决定。得到电路的频率表达式之后，根据所需要的调谐范围和调谐精度即可确定所需要的电容值，进而确定晶体管的尺寸，这一过程可以通过使用 Matlab 软件计算完成。

为了保证调谐的单调性，本次设计采用温度计编码的方式，共有 10 位控制码，高 5 位为列译码，低 5 位为行译码，过多的电容单元将使版图面积过大，为了避免这一情况，本次设计中将频率覆盖范围分为三个频率带，每个频率带共用同一组数控电容阵列，每个频率带内的调谐是单调的，如图 5-11 所示[4]：

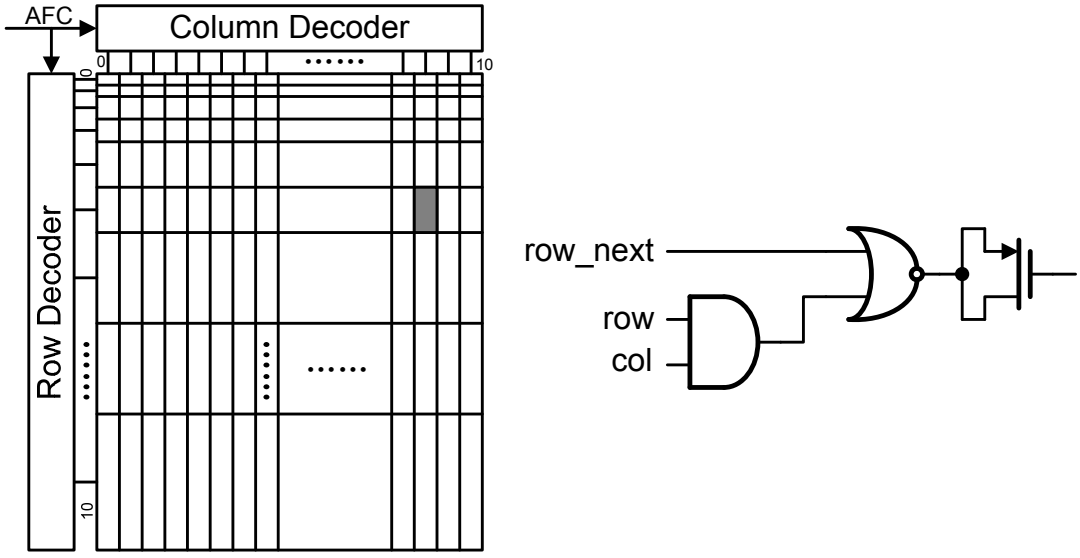


图 5-11 (a)电容阵列 (b)单位电容结构

图 5-11(a)为负载电容阵列，自控频率控制码经过行、列译码后输出相应选择信号 row、col 来控制单个电容单元的导通和关断，row_next 表示下一行的选择信号。灰色部分代表了一个电容单元，其结构如图 5-11(b)所示。当下一行被选中，即选择信号 row_next 为 1 时，不论当前行、列选择信号为何值当前电容单元均被选中，当下一行未被选中时，只有当前行、列选择信号均为 1 时才会选中当前电容单元，由此来确保负载电容单调变化，进而实现调谐的单调性。

5.2.5 输出级设计

输入、输出引脚以及 PCB 板的电容会作为负载电容影响晶体振荡器的频率，因此核心电路的输出无法直接作为晶体振荡器的输出端口，需要输出级来增强振荡器的驱动能力，避免负载电路对振荡器的工作频率产生影响。尺寸逐级加大的反相器链常作为晶体振荡器的输出级，其结构简单，能够得到全摆幅的方波输出，

但其输出信号中包含多个谐波分量，容易对电路的其他模块产生干扰。文献[27]中提出了一种正弦输出级的设计方式，其基本思想是通过带有源极反馈的反相器来实现近似正弦的输出，避免了过多的频率成分对其他电路模块的影响。其电路结构如图 5-12 所示。

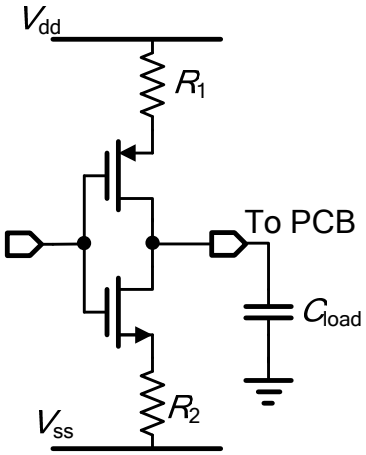


图 5-12 电路输出级设计

5.3 版图及仿真结果

为了验证电路结构和功能的正确性，电路版图采用了 TSMC 0.18 μm MSRF 工艺实现，本节将给出具体的版图设计，并对后仿的仿真结果进行相应分析。

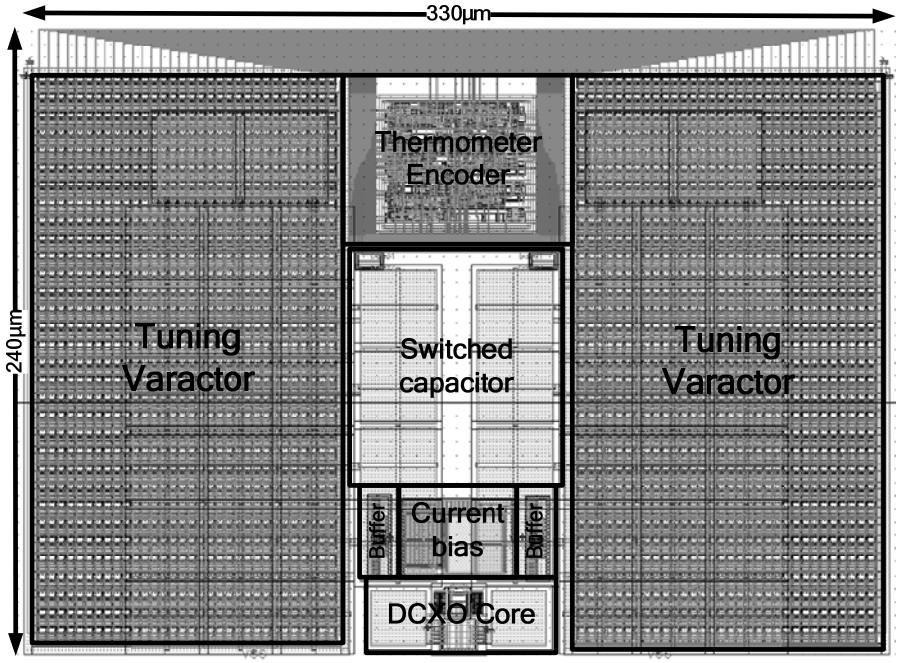


图 5-13 电路整体版图

相位噪声的仿真结果如下图所示，中心频率为25.9999 MHz时，频偏为1kHz和 1 MHz 处的相位噪声分别为：-145 dBc/Hz 和-159 dBc/Hz。

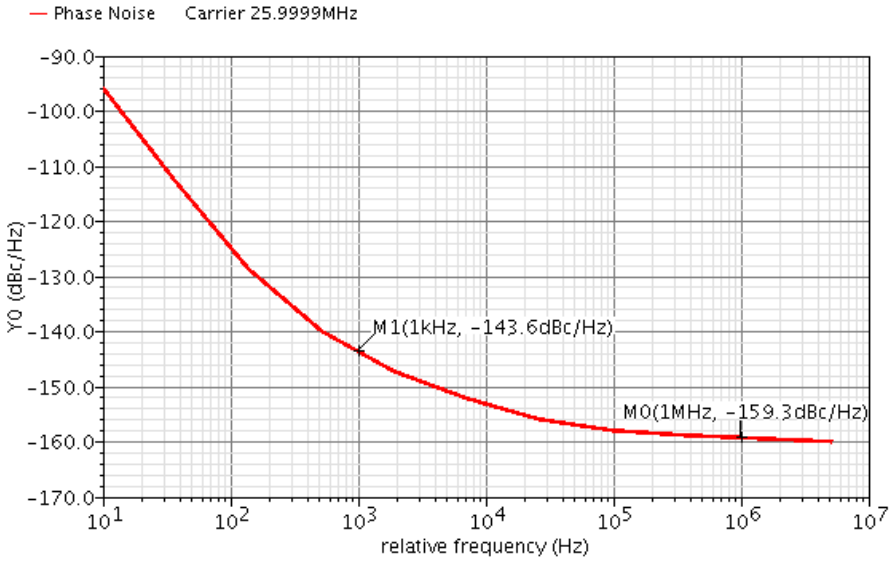


图 5-14 相位噪声仿真结果

频率调谐曲线如图 5-15 所示，其中每条曲线代表一个频率调谐带，总共有三个带，从图中可以看出每个频率调谐带内的调谐曲线均呈单调线性，但调谐曲线之间并不完全平行，这是由于每个调谐带所对应的基准负载电容不同，导致频率调谐精度在每个调谐带内并不相同。

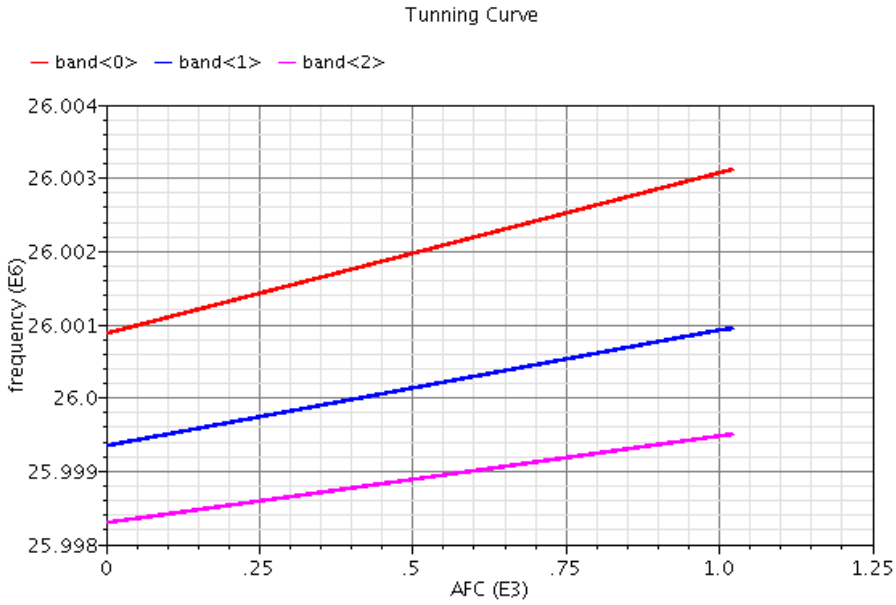


图 5-15 频率调谐曲线

由于本次设计采用了带有源极反馈电阻的反相器结构，因此输出依然保持了近似正弦的特征，经过输出级后的振荡节点瞬态波形如图 5-16 所示：

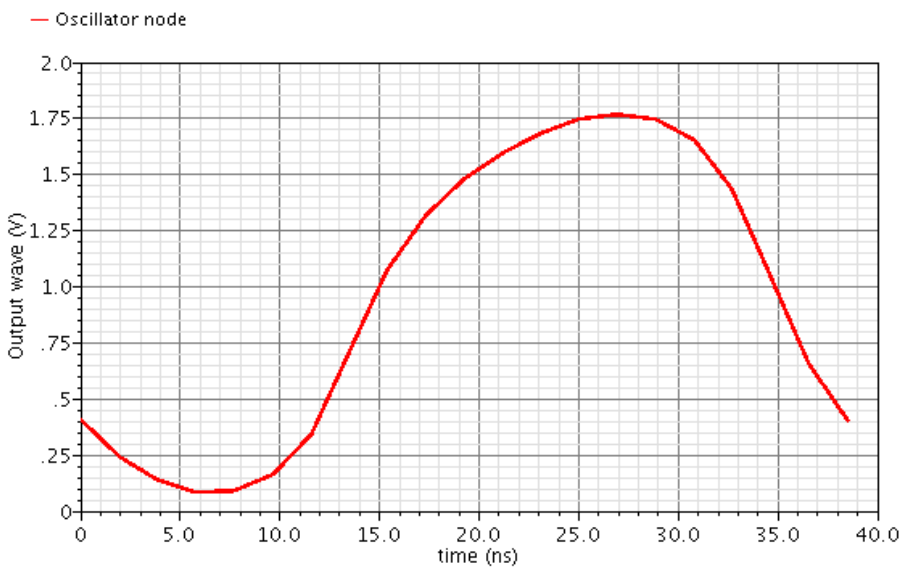


图 5-16 经过缓冲级后的瞬态波形

Spectre RF 仿真器可以对振荡器的电源抑制比进行仿真，振荡器的电源抑制比有两种定义方式，一种为输出振幅的变化与电源电压幅度变化之比，另一种定义为输出频率随输入控制电压的变化与输出频率随电源电压变化之比。由于本次设计采用的是数控电容阵列，因此仅需要考虑第一种情况，其仿真结果如图 5-17 所示，通过与图 5-5 比较可以发现，当电路加入 MOS 管电容作为负载之后，电路的电源抑制比出现了明显的下降，这主要是由于电源电压直接施加在 MOS 电容的栅极，电源的扰动会对 MOS 管的电容值产生影响，因此会对输出的振荡幅度和振荡频率出现影响，导致电源抑制比下降。

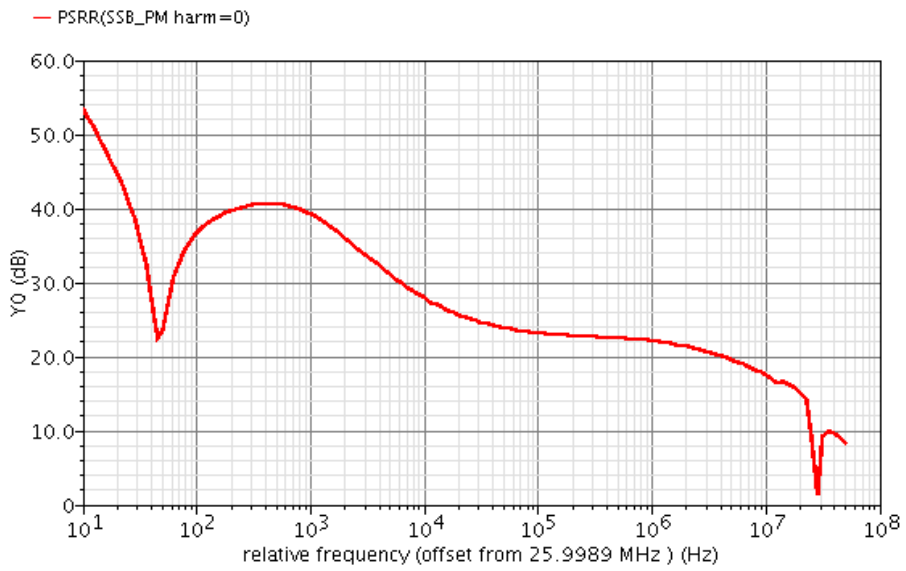


图 5-17 电源抑制比

振荡器的输出频率会随着电源电压的变化而变化，这一现象被称为频率牵引，其仿真结果如图 5-18 所示，当电源电压在 1.2 V 到 2.4 V 之间变化时，对应的工作频率变化小于 20 Hz。

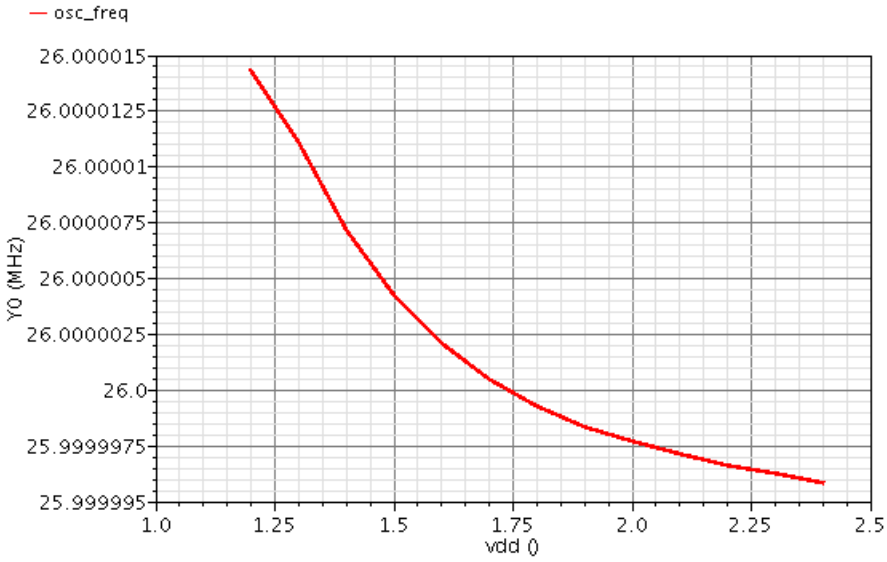


图 5-18 频率牵引

不同振荡频率下的仿真结果如表 5-3 所示，频率逐渐增大时负载电容变小，电路的功耗也随之减小。从表中可以看出，在不同的频率带内调谐精度出现了变化，分别约为 0.046、0.062、0.075，这主要是由于不同频率带内的基准电容不同，同样的开关电容阵列所对应的频率调谐步长出现了变化，图 5-15 中的调谐曲线并不完全平行也反映了这一现象。不同频率点处的相位噪声也在表中列出，在整个调谐带内 1 kHz 处的相位噪声均在-141 dBc/Hz 以下。

表 5-3 不同频率下的相位噪声

频率 (MHz)	功耗 (uA)	调谐精度 (ppm)	相位噪声(dBc/Hz)		
			1kHz	10kHz	1MHz
25.99829	328.67	0.047	-142.22	-152.09	-158.87
25.99890	323.12	0.046	-143.08	-152.36	-159.07
25.99951	318.48	0.045	-143.92	-152.60	-159.18
26.00024	315.79	0.062	-142.40	-152.64	-159.22
26.00094	311.93	0.061	-143.94	-152.75	-159.23
26.00166	311.60	0.075	-141.45	-152.71	-159.24
26.00250	308.12	0.075	-143.72	-152.73	-159.21

第六章 总结与展望

6.1 总结

本文首先介绍了晶体振荡器在无线通信中的应用及其发展趋势，阐述了晶体的背景知识，对振荡器的基本原理进行了分析，给出了几种常见的晶体振荡器结构并对其进行了简单的分析。

对几种常用作晶体振荡器的可变电容进行了介绍，并对本次设计所采用的CMOS 可变电容进行了详细的分析，针对 CMOS 不同的工作区域给出了其相应的近似电容值，对可变电容进行了大信号分析，给出了一个周期内的等效电容值，在此基础上设计了数字控制可变电容阵列。详细总结了三种相位噪声的分析方法，比较了各自的特点，并采用矢量分析法分析了相位抖动和幅度抖动对电路输出噪声的影响。

文章根据具体的设计指标要求给出了各模块的详细设计分析，以 CMOS 电容作为负载设计并实现了一款 26MHz 的数字控制晶体振荡器，采用差分结构来降低电源扰动对输出信号频率的影响。最后，对整体电路的版图进行了仿真，验证了电路功能的正确性，确保了电路各项指标均能满足设计要求。

6.2 展望

本文中所设计的数字控制晶体振荡器其调谐精度受到具体工艺可实现的CMOS 电容限制，无法进一步提高调谐精度，无法应用于对频率精度要求更高的射频系统中，同时电路自身没有温度补偿电路，对温度的补偿是通过改变 AFC 码来实现的。另外为了避免版图面积过大，采用了三个频率调谐带，且共用一组CMOS 数控电容阵列，使得频率的调谐精度有一定的波动，并且三个频率带内需要留有一定的交叠以避免出现调谐不连续的情况，因此总频率调谐范围也会相应地减小。采用更先进的工艺将使得数控电容阵列面积有效的减小，并且调谐精度会进一步的提高。随着电路技术日益成熟，系统级的研究和创新也很重要。这些不足的地方，将是以后努力的方向。

参考文献

[1] ETSI, GSM. "03.20:" Digital cellular telecommunications system (Phase 2+)." *Security related network functions*, 1992.

[2] Huang Q, Basedau P. “Design considerations for high-frequency crystal oscillators digitally trimmable to sub-ppm accuracy”. *Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, IEEE Transactions on*, 5(4), pp.408-416, 1997.

[3] Balan, Vishnu, and Tzuwang Pan. "A crystal oscillator with automatic amplitude control and digitally controlled pulling range of±100 ppm." *Circuits and Systems, 2002. ISCAS 2002. IEEE International Symposium on*. Vol. 5. IEEE, 2002.

[4] Lin, Jerry. "A low-phase-noise 0.004-ppm/step DCXO with guaranteed monotonicity in the 90-nm CMOS process." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 40.12, pp.2726-2734, 2005.

[5] Vittoz, Eric A., Marc GR Degrauwe, and Serge Bitz. "High-performance crystal oscillator circuits: theory and application." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 23.3, pp.774-783, 1988.

[6] Vig, John R. "Quartz crystal resonators and oscillators for frequency control and timing applications. A tutorial." *NASA STI/Recon Technical Report N* 95, pp.19519, 1994.

[7] Sansen, Willy MC. *Analog design essentials*. Vol. 859. Springer, 2006.

[8] Lee, Thomas H. *The design of CMOS radio-frequency integrated circuits*. Cambridge university press, 2004.

[9] Andreani, Pietro, et al. "A study of phase noise in colpitts and LC-tank CMOS oscillators." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 40.5, pp.1107-1118, 2005.

[10] Vittoz, Eric A., Marc GR Degrauwe, and Serge Bitz. "High-performance crystal oscillator circuits: theory and application." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 23.3, pp.774-783, 1988.

[11] 赵薇. 低相位噪声的数控晶体振荡器设计[D]. 复旦大学, 2010.

[12] Allen, Phillip E., et al. *CMOS analog circuit design*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1987.

[13] 唐长文. 电感电容压控振荡器[D]. 复旦大学, 2004.

[14] Hegazi, Emad, and Asad A. Abidi. "Varactor characteristics, oscillator

tuning curves, and AM-FM conversion." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 38.6, pp.1033-1039, 2003.

[15]唐长文，何捷，闵昊. 一种采用开关阶跃电容的压控振荡器（下）：电路设计和实现[J]. 半导体学报, 26(11), pp.2182-2190, 2005.

[16]Rubiola, Enrico. "Phase noise and frequency stability in oscillators." (2008).

[17]Razavi, Behzad. "A study of phase noise in CMOS oscillators." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 31.3, pp.331-343, 1996.

[18]Leeson, David B. "A simple model of feedback oscillator noise spectrum."*Proceedings of the IEEE* 54.2, pp.329-330, 1966.

[19]Hajimiri, Ali, and Thomas H. Lee. "A general theory of phase noise in electrical oscillators." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 33.2, pp.179-194, 1998.

[20]Lee, Thomas H., and Ali Hajimiri. "Oscillator phase noise: A tutorial." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 35.3, pp.326-336, 2000.

[21]Lu, Lei, et al. "Comments on “Comments on “A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators””." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 43.9, pp.2170-2170. 2008.

[22]Murphy, David, Jacob J. Rael, and Asad A. Abidi. "Phase noise in LC oscillators: A phasor-based analysis of a general result and of loaded Q."*IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 57.6 , pp.1187-1203, 2010.

[23]Samori, Carlo, et al. "Spectrum folding and phase noise in LC tuned oscillators." *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on* 45.7, pp.781-790, 1998.

[24]Robins, W. P. *Phase noise in signal sources*. IET, 1984..

[25]Darabi, Hooman, and Asad A. Abidi. "Noise in RF-CMOS mixers: A simple physical model." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 35.1, pp.15-25, 2000.

[26]Phillips, Joel, and Ken Kundert. "Noise in mixers, oscillators, samplers, and logic an introduction to cyclostationary noise." *Custom Integrated Circuits Conference, 2000. CICC. Proceedings of the IEEE 2000*. IEEE, 2000.

[27]Chang, Yuyu, et al. "A Differential Digitally Controlled Crystal Oscillator With a 14-Bit Tuning Resolution and Sine Wave Outputs for Cellular

Applications."*Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 47.2, pp.421-434, 2012.

[28] Andreani, Pietro, et al. "A study of phase noise in colpitts and LC-tank CMOS oscillators." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of* 40.5, 1107-1118, 2005.

[29] Mazzanti, Andrea, and Pietro Andreani. "A Push–Pull Class-C CMOS VCO.", pp.1-9, 2013.

[30] Mazzanti, Andrea, and Pietro Andreani. "Class-C harmonic CMOS VCOs, with a general result on phase noise." *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*43.12, pp.2716-2729, 2008.

致谢

硕士研究生的学习即将结束，两年的学习生活使我受益匪浅，无论是在生活还是学习上都使我有了长足的进步，在这一过程中我得到了许多人的支持和帮助，在这里向他们表达我最诚挚的谢意。

首先感谢我的导师唐长文副教授。唐老师不仅在学业上悉心指导，每当我遇到困难停滞不前时，唐老师总能给我具有针对性的指导，使问题迎刃而解并且也让我不断的进步。唐老师严谨治学的态度给我留下了深刻的印象并将影响和激励我的一生，让我在今后的工作和学习中更加严格的要求自己。在生活方面唐老师也给予了我无微不至的关怀，他对我的关心和教诲我将铭记于心，借此机会向他表示衷心的感谢！

其次，我要感谢微电子学院的全体老师，特别是洪志良教授、闵昊教授等任课老师，你们丰富的知识与严谨的治学态度使我获益良多，希望自己今后也能成为像你们一样的学者。

在这里要特别感谢王心师兄，每当设计中遇到困难的时候总是耐心地给与我指导和帮助，并分享了许多宝贵的设计经验。感谢一起奋斗过的实验室同学，张艺武、万鑫、程涛、黄求振、刘杰、刘玉琰，与你们一起讨论和学习使我受益匪浅，是你们的帮助和相互鼓励，也让整个实验室的生活充满了温馨和愉快，让我度过了有意义的两年，这将是我一生中宝贵的财富，感谢俞思辰博士在电路设计上给予的指导，每一次与你讨论都让我深受启发。

最后感谢我的父母、哥哥以及我的女朋友，你们的关爱伴随我一路成长，愿将点滴的成绩与你们分享，你们的理解和支持永远是我最大的动力。

论文独创性声明

本论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中除了特别加以标注和致谢的地方外，不包含其他人或其它机构已经发表或撰写过的研究成果。其他同志对本研究的启发和所做的贡献均已在论文中作了明确的声明并表示了谢意。

作者签名：_____　　日期：_____

论文使用授权声明

本人完全了解复旦大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。保密的论文在解密后遵守此规定。

作者签名：_____　导师签名：_____　日期：_____